Übungen zu Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 11**	22.12.2010

[Besprechung 13.1 in den Übungen 12-14 (D6-135) 16-18 (D6-135)]

Aufgabe 45: $SU(2)$ Eichtransformationen

Eine allgemeine $SU(2)$-Transformation kann als $\hat{\Phi} \to \hat{\Phi}' = U\hat{\Phi}$ geschrieben werden, wobei

$$U = \mathbb{1}_{2\times 2} \cdot \cos|\theta| + i\,\sigma^a\,\frac{\theta^a}{|\theta|} \cdot \sin|\theta| \qquad \text{sowie} \qquad |\theta| \equiv \left(\sum_{a=1}^{3} \theta^a\theta^a\right)^{1/2} .$$

Hier sind σ^a mit $a = 1, 2, 3$ die drei Pauli-Matrizen (s. Aufgabe 18).

(a) Zeigen Sie, dass U wirklich eine $SU(2)$-Matrix ist [d.h. dass $U^\dagger U = \mathbb{1}_{2\times 2}$ und $\det(U) = 1$].

(b) Wie transformiert sich $\hat{\hat{\Phi}} \equiv i\sigma^2\hat{\Phi}^*$?

Aufgabe 46: $U(1)$ Eichtransformationen

Die Felder $\{\hat{Q}'_{1L}, \hat{\Phi}, \hat{u}_R, \hat{d}_R\}$ haben jeweils die Hyperladungen $Q_Y = \{-1/6, -1/2, -2/3, 1/3\}$. Zeigen Sie, dass sowohl

$$\hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\hat{\Phi}}\,\hat{u}_R \qquad \text{als auch} \qquad \hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\Phi}\,\hat{d}_R$$

invariant bezüglich der Hyperladungs-Eichsymmetrie $U(1)_Y$ sind.

Aufgabe 47: schwacher Mischungswinkel und Vektorbosonmasse

(a) Sie kennen aus Aufgabe 40 den Wert von g_w, und aus $\alpha_{\text{EM}} = e^2/4\pi$ den Wert von e. Falls nun $e = g_w \sin\theta_w$ definiert wird, erhalten Sie daraus $\sin\theta_w = ?$ Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem im PDG–Booklet angegebenen Wert.

(b) Was ist, ausgehend von Teil (a), die Vorhersage des Standardmodells für m_Z/m_W? Vergleichen Sie mit dem Experiment (bzw. dem PDG-Booklet). Was erhalten Sie für den Parameter v in $m_W = g_w v/2$? [Diese Größe ist als "Vakuumerwartungswert des Higgs-Feldes" bekannt.]

Aufgabe 48: globale Symmetrie

Betrachten Sie ein Potential wie im Standardmodell, $V(\hat{\Phi}) = -\mu^2\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi} + \lambda(\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi})^2$, aber jetzt im Falle einer "globalen" Symmetrie, wobei

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \hat{\phi}_2 + i\hat{\phi}_3 \\ v + \hat{\phi}_0 + i\hat{\phi}_1 \end{pmatrix} .$$

Bestimmen Sie die Massen der vier Teilchen $\hat{\phi}_0$, $\hat{\phi}_1$, $\hat{\phi}_2$, $\hat{\phi}_3$. Warum kann es in der Natur keine (bei den typischen Energieskalen der Teilchenphysik) spontan gebrochene globale Symmetrie geben?