Übungen zu Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 10**	15.12.2010

[Besprechung 23.12.09 in den Übungen 12-14 (D6-135) 16-18 (D6-135)]

Aufgabe 41: K^+-Lebensdauer

Was erhalten Sie, ausgehend von Aufgabe 17c, dem Fermi-Modell und dimensionaler Analyse, für die Größenordnung der Lebensdauer des K^+? Vergleichen Sie mit dem Resultat der Aufgabe 19a, in der wir starke Zerfälle betrachtet hatten.

[Hinweis: betrachten Sie Zerfälle wie $K^+ \to \pi^+\pi^0$, und vernachlässigen Sie m_π.]

Aufgabe 42: GIM-Mechanismus

Betrachten Sie den Zerfall $K^0 \to \mu^+\mu^-$, wobei $K^0 = d\bar{s}$. Diese Reaktion verlangt eine Umwandlung $d \to u \to s$ oder $d \to c \to s$, so dass sich s und $\bar{s}$ gegenseitig vernichten können, um am Ende nur Leptonen zu haben. Zeigen Sie, ausgehend vom V-A Fermi-Modell, dass sich die zwei genannten Kanäle gegeneinander kürzen.

[Diese Tatsache ist als "GIM-Mechanismus" (Glashow-Iliopoulos-Maiani) bekannt: das vierte Quark c wird eingeführt, um die sehr kleine Zerfallsrate $\Gamma(K^0 \to \mu^+\mu^-)$ zu erklären.]

Warum ist die Kürzung in der Natur allerdings nicht exakt?

Aufgabe 43: Bubble–Integral

Betrachten Sie – in Analogie zu Aufgabe 35 – diesmal

$$B(m,q,\Lambda) \equiv \int_{|\mathbf{k}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}k_0}{(2\pi)} \frac{1}{[k^2 - m^2 + i\varepsilon]\ [(q+k)^2 - m^2 + i\varepsilon]} ,$$

wobei wiederum $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $B(m,q,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m, q_0, |\mathbf{q}|$? [Hinweis: Sollte Ihnen diese Aufgabe so zu schwer fallen, können Sie $q^2 \ll m^2$ annehmen und eine Taylor-Entwicklung in q^2 durchführen.]

Aufgabe 44: Eichtransformation

Angenommen die Felder $\hat{\phi}$ und $\hat{A}_\mu$ transformieren (unter sog. „Eichtransformationen") gemäß

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu(x) &\;\to\; \hat{A}'_\mu(x) = \hat{A}_\mu(x) + \frac{1}{e}\,\partial_\mu\,\alpha(x) , \\ \hat{\phi}(x) &\;\to\; \hat{\phi}'(x) = e^{i\alpha(x)}\,\hat{\phi}(x) . \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass dann

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv (\hat{D}_\mu\hat{\phi})^\dagger\,(\hat{D}^\mu\hat{\phi})$$

mit $\hat{D}_\mu \equiv \partial_\mu - ie\hat{A}_\mu$ „eichinvariant" ist, d.h. dass $\hat{\mathcal{L}}' = \hat{\mathcal{L}}$ gilt.