

Aufgabe 27: Myon-Paarzeugung $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$

- (a) Welche Feynman-Diagramme tragen zu $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ in führender Ordnung bei?
 (b) Aus welcher in der Vorlesung vorgeführten Rechnung können Sie daher (ohne weitere Rechnung) auf den totalen Streuquerschnitt σ_{tot} für den obigen Prozess schließen? $\sigma_{\text{tot}} = ?$

Aufgabe 28: Magnetisches Moment

Das magnetische Moment μ_τ des Tauons hat zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{EM})$ den gleichen (relativen) Wert wie das magnetische Moment μ_e des Elektrons:

$$\frac{\mu_\tau}{\mu_B(m_e \rightarrow m_\tau)} = 1 + \frac{\alpha_{EM}}{2\pi} .$$

Könnte es in höheren Ordnungen einen Unterschied geben? Warum?

Aufgabe 29: Mott-Formel

Für $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$ gilt (nach Spinmittelung) [vgl. Vorlesung; Skript S.39]

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{[(q_A - p_1)^2]^2} \left\{ q_A \cdot q_B p_1 \cdot p_2 + q_A \cdot p_2 q_B \cdot p_1 - m_\mu^2 q_A \cdot p_1 - m_e^2 q_B \cdot p_2 + 2m_e^2 m_\mu^2 \right\} .$$

Bestimmen Sie (unter der Annahme $m_\mu \gg m_e$ und ausgehend von obigem $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ und dem lorentzinvarianten Ausdruck $d\sigma/dt$ aus Aufgabe 22) den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ im Laborsystem (welches in diesem Limes identisch zum Ruhesystem des Myons ist).

Hinweis: In diesem Grenzfall ist $d\sigma/d\Omega \propto m_\mu^{-2}(1 + \mathcal{O}(m_\mu^{-2})) \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ und weiterhin $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \propto m_\mu^2(1 + \mathcal{O}(m_\mu^{-2}))$, so dass $d\sigma/d\Omega$ letztlich unabhängig von m_μ sein sollte.

Aufgabe 30: laufende Kopplung der Quantenchromodynamik (QCD)

Die "laufende Kopplungskonstante" $g_s(Q_E)$ der QCD erfüllt

$$Q_E \partial_{Q_E} g_s^2(Q_E) = -2 b_0 g_s^4(Q_E) , \quad \text{für } Q_E \gg 1 \text{ GeV} ,$$

mit $b_0 \equiv (11N_c - 2N_f)/48\pi^2$ und $N_c = N_f = 3$. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung. [Hinweis: hier (und auch sonst) ist $\partial_x Y = dY/dx$ gemeint.]

Aufgabe 31: QCD-Skala

Die "QCD-Skala" wird durch

$$\Lambda_{\text{QCD}} \equiv \lim_{Q_E \rightarrow \infty} Q_E \exp \left[-\frac{1}{2 b_0 g_s^2(Q_E)} \right]$$

definiert, wobei $g_s^2(Q_E)$ die in Aufgabe 30 ermittelte Lösung ist. Experimente haben gezeigt, dass $\alpha_s(91 \text{ GeV}) = g_s^2(91 \text{ GeV})/4\pi \approx 0.12$. Welchen Wert erhalten Sie damit für Λ_{QCD} ?