

Aufgabe 23: Feynman-Diagramme

Betrachten Sie eine Theorie mit $\hat{\mathcal{L}}_I \equiv g \hat{\phi}_A \hat{\phi}_B \hat{\phi}_C$. Es gelte $m_A > m_B + m_C$, so dass der Zerfall $A \rightarrow B + C$ kinematisch erlaubt ist. Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme der Ordnungen $\mathcal{O}(g)$, $\mathcal{O}(g^2)$ sowie $\mathcal{O}(g^3)$ für diesen Prozess.

Aufgabe 24: Amplituden in der Quantenelektrodynamik

Die Quantenelektrodynamik (QED) ist definiert durch $\hat{\mathcal{L}}_I \equiv e \hat{\bar{\psi}} \gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi}$, da dieser Term den Positron-Photon-Elektron-Vertex festlegt.

(a) Können Sie in der QED die Amplitude \mathcal{M} für Møller-Streuung, also den Prozess

$$e^-(\mathbf{q}_A, s_3) + e^-(\mathbf{q}_B, s_4) \rightarrow e^-(\mathbf{p}_1, s_1) + e^-(\mathbf{p}_2, s_2),$$

durch die Spinoren $\bar{u}(\mathbf{p}_1, s_1)$, $\bar{u}(\mathbf{p}_2, s_2)$, $u(\mathbf{q}_A, s_3)$ und $u(\mathbf{q}_B, s_4)$ ausdrücken ?

(b) Können Sie in der QED die Amplitude \mathcal{M} für Bhabha-Streuung, also den Prozess

$$e^-(\mathbf{q}_A, s_3) + e^+(\mathbf{q}_B, s_4) \rightarrow e^-(\mathbf{p}_1, s_1) + e^+(\mathbf{p}_2, s_2),$$

durch die Spinoren $\bar{u}(\mathbf{p}_1, s_1)$, $u(\mathbf{q}_A, s_3)$, $\bar{v}(\mathbf{q}_B, s_4)$ und $v(\mathbf{p}_2, s_2)$ ausdrücken ?

Aufgabe 25: Spuren von Gamma-Matrizen

Zeigen Sie, ausgehend von $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$, dass:

(a) $\text{Sp}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4g^{\mu\nu}$,

(b) $\text{Sp}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho] = 0$,

(c) $\text{Sp}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma] = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$,

(d) Die Spur einer *ungeraden* Anzahl von γ -Matrizen ist Null.

Aufgabe 26: Kontraktionen von Gamma-Matrizen

Zeigen Sie, ausgehend von $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$, dass:

(a) $\gamma_\mu \gamma^\mu = 4$,

(b) $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu$,

(c) $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\mu = 4g^{\nu\rho}$.