Quark-Massen

von S. 67:
$$\delta\hat{\mathcal{L}} = -h_u\left[\hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\tilde{\Phi}}\,\hat{u}''_R + \hat{\bar{u}}''_R\,\hat{\tilde{\Phi}}^+\,\hat{Q}'_{1L}\right] - h_d\left[\hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\Phi}\,\hat{d}''_R + \hat{\bar{d}}''_R\,\hat{\Phi}^+\,\hat{Q}'_{1L}\right] \quad + 2.+3.\ \text{Generation}$$

mit $\hat{Q}'_{1L} = \begin{pmatrix}\hat{u}_L\\ \hat{d}'_L\end{pmatrix}$ und $\hat{\Phi} = \begin{pmatrix}\hat{\phi}^+\\ \hat{\phi}^0\end{pmatrix} \to \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}$

$$\hat{\tilde{\Phi}} = \begin{pmatrix}\hat{\phi}^{0*}\\ -\hat{\phi}^{+*}\end{pmatrix} \to \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}v\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \delta\hat{\mathcal{L}}\Big|_{\text{quadratisch}} = -h_u\frac{v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{u}}_L\,\hat{u}''_R + \hat{\bar{u}}''_R\,\hat{u}_L\right] - h_d\frac{v}{\sqrt{2}}\left[\boxed{\hat{\bar{d}}'_L\,\hat{d}''_R} + \hat{\bar{d}}''_R\,d'_L\right] \quad + 2.+3.\ \text{Generation}$$

$$= (P_L\hat{d}')^+\gamma^0 P_R\hat{d}'' = \hat{d}'^+ P_L^+\gamma^0 P_R\hat{d}'', \qquad \left.\begin{matrix}\gamma_5^+ = \gamma_5\\ \{\gamma_\mu,\gamma_5\} = 0\end{matrix}\right\}\ \text{s. Übung 10.c}$$

$$= \hat{d}'^+\gamma^0 P_R P_R\hat{d}'' = \hat{\bar{d}}' P_R\hat{d}'' \quad \text{((vgl. Übung 34.6))}$$

$$= -h_u\frac{v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{u}}P_R\hat{u}'' + \hat{\bar{u}}''P_L\hat{u}\right] - h_d\frac{v}{\sqrt{2}}\left[\hat{\bar{d}}'P_R\hat{d}'' + \hat{\bar{d}}''P_L\hat{d}'\right] \quad + 2.+3.\ \text{Generation}$$

benutze jetzt die Freiheit der Definition von $\hat{u}''$, $\hat{d}''$:
wir legen fest, dass $\hat{u}, \hat{d}$ die "Masseneigenzustände" bezeichnen,
d.h. $\delta\hat{\mathcal{L}}\big|_{\text{quadratisch}}$ sollte diagonalisiert sein.

- $\hat{u}'' \equiv \hat{u} \quad \Rightarrow \quad \hat{\bar{u}}\left[P_R + P_L\right]\hat{u} = \hat{\bar{u}}\hat{u} \quad \Rightarrow \quad \delta\hat{\mathcal{L}} = -\boxed{\frac{h_u v}{\sqrt{2}}}\,\hat{\bar{u}}\hat{u}$

  ((etc für c, t Quarks)) Masse des Up-Quarks $\equiv m_u$

- für die d-Quarks ist die Diagonalisierung etwas komplizierter; müssen alle drei Generationen gleichzeitig betrachten.

  schreibe: $\begin{pmatrix}d'\\ s'\\ b'\end{pmatrix} \equiv V\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}d''\\ s''\\ b''\end{pmatrix} \equiv U\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}$

  mit V, U unitäre Matrizen

dann ist die untere Zeile von $\delta\hat{\mathcal{L}}|_{\text{quad.}}$

$$\delta\hat{\mathcal{L}} = -\frac{v}{\sqrt{2}}\,\hat{\overline{\begin{pmatrix} d\\ s\\ b\end{pmatrix}}}\,\underbrace{V^\dagger\begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b\end{pmatrix}U}_{\overset{!}{=}\,\mathrm{diag}(h_d,h_s,h_b)}P_R\,\hat{\begin{pmatrix} d\\ s\\ b\end{pmatrix}} - \frac{v}{\sqrt{2}}\,\hat{\overline{\begin{pmatrix} d\\ s\\ b\end{pmatrix}}}\,\underbrace{U^\dagger\begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b\end{pmatrix}V}_{\overset{!}{=}\,\mathrm{diag}(h_d,h_s,h_b)}P_L\,\hat{\begin{pmatrix} d\\ s\\ b\end{pmatrix}}$$

gleichzeitige Lsg: $U \equiv \begin{pmatrix} 1/h_d & & \\ & 1/h_s & \\ & & 1/h_b\end{pmatrix} V \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b\end{pmatrix}$

V beliebig

$$= -\underbrace{\boxed{\frac{h_d v}{\sqrt{2}}}}_{\equiv\, m_d}\bar{\hat{d}}\hat{d} - \underbrace{\boxed{\frac{h_s v}{\sqrt{2}}}}_{\equiv\, m_s}\bar{\hat{s}}\hat{s} - \underbrace{\boxed{\frac{h_b v}{\sqrt{2}}}}_{\equiv\, m_b}\bar{\hat{b}}\hat{b}$$

CKM-Matrix

die Matrix V ist eine Verallgemeinerung der Cabibbo-Matrix (s. S. 57), und wird Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)-Matrix genannt (1973). [Nobel-Preis 2008]

schreibe: $V \equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub}\\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb}\\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb}\end{pmatrix}$

die Matrixelemente V_{ij} (($\in\mathbb{C}$, aber $V^\dagger V \overset{!}{=} \mathbb{1}$)) sind Parameter des SM; können gemessen werden; Resultat (vgl. PDG Booklet, S. 181 ff):

$$|V| \approx \begin{pmatrix} 0.97 & 0.23 & 0.004\\ 0.23 & 0.97 & 0.04\\ 0.01 & 0.04 & 0.999\end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ in der Natur ist V "fast diagonal"!

CP-Verletzung

Die CKM-Matrix hat etwas mit diesem wichtigen Phänomen zu tun. Erinnerung:

(Übg. Aufgabe 38): $|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\big(\overset{d\bar{s}}{|K^0\rangle} - \overset{s\bar{d}}{|\bar{K}^0\rangle}\big)$; $\hat{C}\hat{P}\,|K_S^0\rangle = +|K_S^0\rangle$

$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\big)$; $\hat{C}\hat{P}\,|K_L^0\rangle = -|K_L^0\rangle$

(Skript, S. 54): $\hat{C}\hat{P}\,|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle = +\,|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle$

$\hat{C}\hat{P}\,|\pi^0\rangle|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle = -\,|\pi^0\rangle|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle$

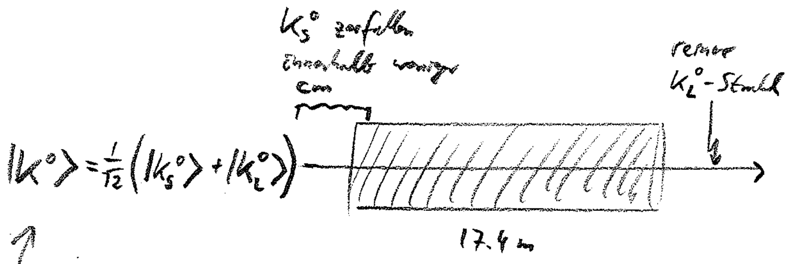
also sind die folgenden Zerfälle erlaubt:

$K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ (PDG-Booklet: $\Gamma_i/\Gamma \approx 69\%$); $\tau \approx 0.9\cdot10^{-10}\,s$ ⇒ $c\tau \approx 2.7\,cm$

$K_L^0 \to \pi^0\pi^+\pi^-$ 13% ; $\tau \approx 5.1\cdot10^{-8}\,s$ ⇒ $c\tau \approx 15.34\,m$

häufiger: $\pi l \nu$

<u>Cronin + Fitch</u> – Experiment (1964) → [Nobel-Preis 1980]



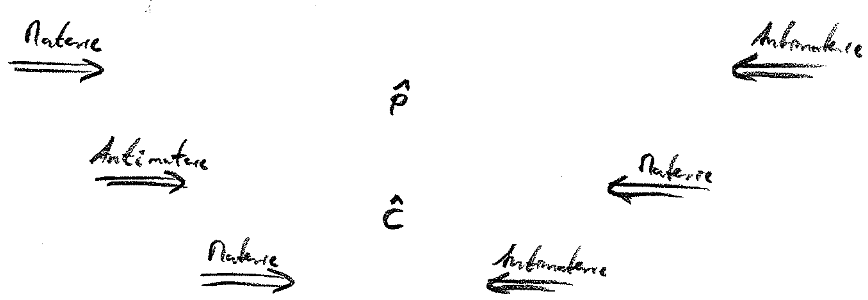
Beobachtung:
22700 Zerfälle
45 davon $\pi^+\pi^-$ oder $\pi^0\pi^0$

((erzeugt durch starke Ww, als EZ der Seltsamkeit ($K^0\bar{K}^0$);
Zerfall durch schwache Ww, als EZ von CP; Analogon: Polarisation: zwei Darstellungen nützlich))

⇒ d.h.: CP wird verletzt !!!
"$\cancel{CP}$"

→ also ist die Natur <u>nicht</u> spiegelsymmetrisch !

<u>Relevanz</u>: $\cancel{CP}$ ist wichtig, weil es somit einen grundsätzlichen <u>Unterschied zwischen Materie + Antimaterie</u> gibt!



wird CP verletzt, ist der untere Zustand ungleich dem oberen; d.h. nach der Paarvernichtung kann es einen Rest geben!

→ wichtige Rolle in der Kosmologie (?!)