7. elektroschwaches Standardmodell

bisher kennen wir

Teilchen: Quarks; Leptonen; Photon; Gluonen; $W^{\pm}$, Z^0

Ww'n: elektromagnetische; starke; schwache

expt. verifiziert ✓

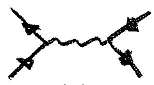
wir brauchen aber noch eine "bessere", übergeordnete Struktur.

warum? → wieder theoretische Argumente:

Renormierbarkeit

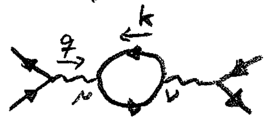
grundlegende Frage: sind höhere Ordnungen der Störungstheorie sinnvoll klein?

z.B.



(1) Baum-Niveau

vs.



(2) 1-Schleifen-Niveau

Größenordnung der Amplitude:

$$\mathcal{M}(2) \sim \mathcal{M}(1) \, *$$

(Feynman-Regeln, s. S. 34, 36)

$$\sim \mathcal{M}(1) \, * \, \frac{i}{q^2} \cdot e^2 \cdot \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \, \mathrm{Sp}\left[i\gamma^\mu \frac{i(\not{k}+m)}{k^2-m^2} \, i\gamma^\nu \frac{i(\not{q}+\not{k}+m)}{(q+k)^2-m^2} \right]$$

(γ-Spuren; wie bei e-μ-Streuung, s. S. 39)

$$= \mathcal{M}(1) \, * \, \frac{(-4ie^2)}{q^2} \cdot \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \, \frac{2k^\mu k^\nu + q^\mu k^\nu + q^\nu k^\mu - g^{\mu\nu}(k^2 + k\cdot q - m^2)}{(k^2-m^2)\left((q+k)^2-m^2\right)}$$

Integral ist divergent!

(div 1) "auf der Massenschale"

Nenner $= 0$ für $k_0 = \pm\sqrt{\vec{k}^2+m^2}$, $k_0 = -q_0 \pm \sqrt{(\vec{k}+\vec{q})^2+m^2}$

→ genauere Def. des Propagators beschreibt, wie mit diesen Polen umgegangen wird ("Einleitung")

(div 2) "Ultraviolett-Divergenz"

für große $|\vec{k}|$. denn:

letzten Term im Zähler umformen:

$$k^2 + kq - m^2 = k^2 + \frac{1}{2}\left((q+k)^2 - q^2 - k^2\right) - m^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(k^2 - m^2\right) + \frac{1}{2}\left((q+k)^2 - m^2\right) - \frac{1}{2} q^2$$

→ der $g^{\mu\nu}$-Anteil des obigen Integrals ist dann

$$-g^{\mu\nu}\left\{ \underbrace{\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2}}_{\text{quadratisch divergent!}} - \frac{q^2}{2} \underbrace{\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m^2)\left((q+k)^2 - m^2\right)}}_{\text{logarithmisch divergent!}} \right\}$$

(s. Übung, Aufgabe 35, 43) ⟷

⇒ Korrekturen scheinen also i.A. nicht klein, sondern unendlich zu sein!

Katastrophe? Nein! Selektionsargument für Theorien:

→ in sogenannten "renormierbaren Theorien" kürzen sich alle solche Divergenzen, wenn man Beziehungen zwischen physikalisch messbaren Größen berechnet. ((Kürzung funktioniert Ordnung für Ordnung in Störungstheorie))

Kriterien für renormierbare (≡ wohldefinierte) Theorien:

- die Lagrange-Dichten für Photonen, Gluonen, $W^\pm$, Z^0-Teilchen müssen "eichinvariant" sein (s.u.)
- die Lagrange-Dichte enthält nur Ww's zwischen drei (Bosonen, Fermionen) oder vier (Bosonen) Feldern ((also ist das Fermimodell nicht renormierbar))

Eichinvarianz

betrachte QED ("abelsche Eichtheorie")

haben bisher meist Ww-Teil $\hat{\mathcal{L}}_I$ von $\hat{\mathcal{L}}$ untersucht

es gibt auch $\hat{\mathcal{L}}\big|_{\text{quadratisch (in Feldop's)}}$ → Propagatoren, Massen der Felder ((vgl. S. 15: A_μ Lsg der Max $\Rightarrow A_\mu + \partial_\mu \chi$ auch))

Eichtransformation: $\hat{A}_\mu \to \hat{A}_\mu' = \hat{A}_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha(x)$

Masse für $\underline{\hat{A}_\mu}$ einführen?

Lorentz-Inv! $\to$ einzige Möglichkeit: $\delta\hat{\mathcal{L}} = \frac{1}{2} m^2 \hat{A}_\mu \hat{A}^\mu$

aber: $\delta\hat{\mathcal{L}}' = \frac{1}{2} m^2 \left[\hat{A}_\mu \hat{A}^\mu + \frac{2}{e} \hat{A}^\mu \partial_\mu \alpha + \frac{1}{e^2} (\partial_\mu \alpha)(\partial^\mu \alpha) \right]$

$\neq \delta\hat{\mathcal{L}}$ $\Rightarrow$ Massenterm ist i.A. <u>nicht</u> <u>eichinvariant</u>!

d.h. Theorien mit solchen Massentermen sind i.A. <u>nicht</u> <u>renormierbar</u>.

OK für Photonen, Gluonen: ohnehin masselos.

$\to$ aber wie erreicht man Renormierbarkeit für schwere Teilchen ($W^\pm, Z^0$)?

Masse für <u>Skalarfelder</u> $\hat{\phi}$ möglich?

$\hat{\phi} \to \hat{\phi}' = e^{i\alpha(x)} \hat{\phi}$, $\hat{\phi}^\dagger \to \hat{\phi}'^\dagger = e^{-i\alpha(x)} \hat{\phi}^\dagger$

$\Rightarrow \delta\hat{\mathcal{L}} = m^2 \hat{\phi}^\dagger \hat{\phi}$ <u>ist</u> eichinvariant ✓ $\Rightarrow$ <u>JA</u>.

Masse für <u>Fermionen</u> $\hat{\psi}$ möglich?

wir haben gesehen, dass i.A. links- und rechtshändige Fermionen verschiedene Eww'n fühlen

$\hat{\psi}_L \to \hat{\psi}_L' = e^{i\alpha(x)} \hat{\psi}_L$, $\hat{\psi}_R \to \hat{\psi}_R' = e^{i\beta(x)} \hat{\psi}_R$

die entsprechenden (quadratischen) L.-Invarianten verschwinden aber:

$\hat{\bar{\psi}}_L \hat{\psi}_L = \hat{\bar{\psi}} P_R P_L \hat{\psi} = \hat{\bar{\psi}} \frac{1}{4}(1+\gamma_5)(1-\gamma_5)\hat{\psi} = 0$ $\Rightarrow$ <u>NEIN.</u>

((denn $\hat{\bar{\psi}}_L = \overline{P_L \psi} = (P_L \psi)^\dagger \gamma_0 = \psi^\dagger \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma_0 = \psi^\dagger \gamma_0 \frac{1}{2}(1+\gamma_5) = \bar{\psi} P_R$, s. Ü 34))

$\to$ Massenterme für Vektorbosonen ($W^\pm, Z^0$) und Fermionen (Quarks, Leptonen) also verboten ?! ↯

Nur für Skalarfelder erlaubt ??

→ Kernidee des Standardmodells

[Glashow/Weinberg/Salam, 1967; Nobel '79]

es gibt ein massives Skalarfeld ("Higgs-Boson", s. später), das mit den anderen Feldern wechselwirkt.

dadurch bekommen diese anderen Felder auch Masse (genauer Mechanismus: s. später)

kurze Zusammenfassung der Logik:

Eichinvarianz $\Rightarrow$ Renormierbarkeit $\Rightarrow$ wohldefinierte Theorie

↳ erlaubt keine Massen für z.B. $W^\pm, Z^0$

↳ erlaubt jedoch eine WW zwischen massivem Skalarfeld und $W^\pm, Z^0$ $\Rightarrow$ brauchen (mind.) <u>ein</u> <u>neues</u> <u>Teilchen</u>

((Erinnerung: um das Verhalten der Integrale auf S. 62 zu untersuchen (vgl. Ü 35, Ü 43), <u>Residuensatz</u>.

<u>z.B.</u> $$\int_{-\infty}^{\infty} dz \, \frac{1}{z^2+1} = \arctan(z)\Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

<u>oder</u> $$= \int_{-\infty}^{\infty} dz \, \frac{1}{(z-i)(z+i)} = 2\pi i \underbrace{\frac{1}{i+i}}_{\mathrm{Res}_{z=i} \frac{1}{z^2+1}} = \pi$$

, Bogen trägt nicht bei, da $\sim \frac{R}{R^2} \to 0$))

Bausteine des Standardmodells ~ (SM)

- Eichinvarianz

$U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_c$

starke Ww'n ; Farbladung (color)

(linkshändige) schwache Ww'n ; $W^\pm, Z^0$

"Hyperladung" ; → elektromagnet. Ww'n ; Photon γ

- Renormierbarkeit

erlaubt sind lorentzinvar. Vertizes

mit drei Bosonen + Fermionen oder vier Bosonen

- Materie-Teilchen

Leptonen $L_{1L} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ $L_{2L} = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$ $L_{3L} = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$

e_R μ_R τ_R

Quarks $Q'_{1L} = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$ $Q'_{2L} = \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$ $Q'_{3L} = \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$

u_R c_R t_R

d_R s_R b_R

Skalarfeld ≡ "Higgs-Feld" $\underline{\Phi}$

- Quantenzahlen

jedes Teilchens unter jeder der Eichsymmetrien

gibt an, ob und mit welcher Ladung Q_i das entsprechende Teilchen unter der Eichsymmetrie transformiert wird.

- Kopplungskonstanten

bei der Konstruktion der allgemeinsten möglichen Lagrangedichte

nach obigen Prinzipien benötigte freie Parameter