Unitaritätsgrenze

Fermi-Modell ist sehr erfolgreich: beschreibt fast alle schwachen Zerfälle. Es gibt jedoch theoretische Argumente, die seine Grenzen aufzeigen:

(a) betrachte z.B. $\bar{\nu}_e e^- \to \bar{\nu}_e e^-$ - Streuung im CMS.

$s = (q_1+q_2)^2$; Frage: Wirkungsquerschnitt $\sigma(s)$ für große s ?

dimensionale Analyse:

$\mathcal{M}$ hat G_F ($\approx 1.166 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}$) $\Rightarrow$ $|\mathcal{M}|^2$ hat G_F^2

$[\sigma] = [\text{Fläche}] = [\mathrm{fm}^2] = [\mathrm{GeV}^{-2}]$

für $s \gg m_e^2$ gibt es keine anderen Skalen $\Rightarrow$ $\underline{\sigma \sim G_F^2 s}$

((die genaue Antwort ist $\sigma = \frac{G_F^2 s}{3\pi}$))

dieses Verhalten $\sigma(s \gg m_e) \sim s$ kann aber nicht richtig sein:

betrachte Streumatrix (vgl. §3, S. 25, 26, 29)

$$\hat{S} = \underbrace{\hat{\mathcal{U}}_I}_{\text{Zeitentwicklungs-Op.}}(+\infty, -\infty) = \mathbb{1} - i\underbrace{\hat{T}}_{\text{Transfermatrix}}$$

$$\langle f|\hat{T}|i\rangle \equiv (2\pi)^4\, \delta^{(4)}(p_1+p_2-q_1-q_2)\, T_{fi}$$

Gesamtwahrscheinlichkeit bleibt erhalten $\Leftrightarrow$ $\hat{S}$ unitär $\Leftrightarrow$ $\hat{S}^+\hat{S} = \mathbb{1}$

$$\Leftrightarrow (\mathbb{1} + i\hat{T}^+)(\mathbb{1} - i\hat{T}) = \mathbb{1} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{T}^+\hat{T} = i(\hat{T} - \hat{T}^+)$$

also ist
$$i\langle f|\hat{T} - \hat{T}^+|i\rangle \overset{!}{=} \langle f|\hat{T}^+\hat{T}|i\rangle = \sum_n \langle f|\hat{T}^+|n\rangle\langle n|\hat{T}|i\rangle$$

bzw.
$$i(2\pi)^4\delta^{(4)}(\Sigma p_f - \Sigma q_i)\,[T_{fi} - T_{if}^*] = \sum_n (2\pi)^4\delta^{(4)}(\Sigma p_f - \Sigma r_n)\, T_{nf}^* \cdot (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\Sigma r_n - \Sigma q_i)\, T_{ni}$$

$$\Leftrightarrow \quad i\,[T_{fi} - T_{if}^*] = \sum_n (2\pi)^4\delta^{(4)}(\Sigma r_n - \Sigma q_i)\, T_{nf}^*\, T_{ni}$$

wir wissen (s. z.B. S. 29), daß $T_{fi} \sim \mathcal{M}$ ist; nach Phasenraum int. sagt diese Formel also etwas über das Verhalten von σ aus.

"Froissart-Grenze"

eine genaue Analyse ist kompliziert;

Resultat: σ kann für große s höchstens logarithmisch wachsen.

⇒ lineares Wachstum, wie oben per dim. Analyse hergeleitet, verletzt Unitarität, also Wahrscheinlichkeitserhaltung!

(b) ein anderes Argument ist die sog. "Renormierbarkeit" (s. später).

Resultat: Fermi-Modell kann nur für $s \lesssim G_F^{-1}$ richtig sein.

⇒ Fermi-Modell ist keine komplette Theorie der schwachen WW'n!

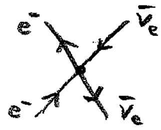
$W^\pm$-Teilchen

die Lösung der Situation ist genial [O. Klein 1938]:

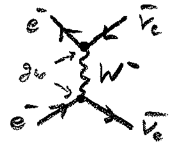
definiere $G_F =: \frac{g_W^2}{4\sqrt{2}\, m_W^2}$, g_W, m_W erstmal unbekannt

def $J_+^\mu \equiv \sum_{D_L} \hat{\bar{D}}_L \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{D}_L$; $(J_+^\mu)^\dagger = \sum_{D_L} \hat{\bar{D}}_L \begin{pmatrix} 0 & \gamma^\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{D}_L$

dann ist das Fermi-Modell $\hat{\mathcal{L}}_I = -\frac{g_W^2}{2} J_+^\mu \frac{g_{\mu\nu}}{m_W^2} (J_+^\nu)^\dagger$



ersetze dies durch $\hat{\mathcal{L}}_I = i \frac{g_W^2}{2} J_+^\mu \underbrace{\frac{i}{s - m_W^2}}_{} (-g_{\mu\nu}) (J_+^\nu)^\dagger$



wie Photon-Propagator, aber mit Masse!

Relevanz: für $s \ll m_W^2$ ändert sich nichts

aber für $s \gg m_W^2$ wird $\sigma_{tot} = \frac{G_F^2 s}{3\pi} \cdot \left(\frac{m_W^2}{s - m_W^2} \right)^2 \approx \frac{G_F^2 m_W^4}{3\pi s}$

⇒ Problem durch Einführung neuer Teilchen gelöst!

diese neuen T. (W^- und sein Antiteilchen W^+) haben Masse m_W und el. Ladung $(\pm e)$

die oben def. Objekte J_+^μ heißen "geladene Ströme"

Experiment?! $W^\pm$-Teilchen 1983 am CERN entdeckt.

Masse $m_W = 80.398 \pm 0.025$ GeV

Bezeichnung manchmal als "intermediäre Vektorbosonen"

Z^0 - Teilchen

das Problem mit $\bar{\nu}_e e^- \to \bar{\nu}_e e^-$ ist durch $W^\pm$ gelöst.

es gibt andere Prozesse, die in völliger Analogie dazu einen ungeladenen Partner der W's, das Z^0 [S. Bludman 1958] und "neutrale Ströme" $J_0^\mu = \sum_D \hat{\bar{D}} \left({c_V^u \gamma^\mu + c_A^u \gamma^\mu \gamma^5 \atop c_V^d \gamma^\mu + c_A^d \gamma^\mu \gamma^5} \right) \hat{D}$ benötigen.

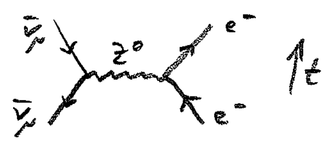
((nicht mehr reines "V-A"; $c_{V/A}^{u/d}$ numerische Koeff's, s. später))

$$\Rightarrow \quad \hat{\mathcal{L}}_I = i \frac{g_W^2}{2} J_0^\mu \frac{i}{s - m_Z^2} (-g_{\mu\nu}) J_0^\nu$$

$m_Z = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV [CERN, 1983]

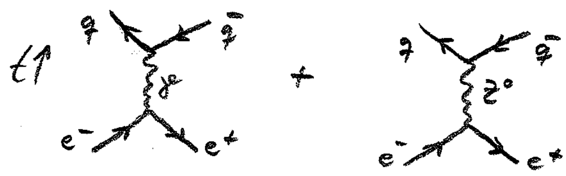
Bsp 1 Neutrinos haben jetzt auch direkte WW

z.B. ist $\bar{\nu}_\mu e^- \to \bar{\nu}_\mu e^-$ möglich



((expt. Nachweis der neutralen Ströme, CERN 1973, durch diesen Prozess))

Bsp 2 $e^+e^- \to$ Hadronen (vgl. §5) bekommt zusätzlichen Beitrag:



QED — schwache WW

5.44: $\sigma \sim \frac{1}{s}$ — s.o.: $\sigma \sim \frac{s}{(s - m_Z^2)^2} \to \infty$ für $s \to m_Z$!

Experiment: