6. Schwache Wechselwirkungen

QED (em. Ww), QCD (starke Ww): haben vollständige Theorie.

schwache Ww: (noch) keine komplette Theorie

→ hier: Behandlung der bekannten "Bausteine" der richtigen Theorie.

Relevanz: z.B. Beta-Zerfälle von μ, n, $\pi^\pm$

Austauschteilchen: "intermediäre Vektorbosonen" $W^\pm$, $m_W \approx 80.4$ GeV
Z^0, $m_Z \approx 91.2$ GeV

schwache Ww führt zu vielen Prozessen/Zerfällen, die laut QED/QCD nicht stattfinden sollten ⇒ verschiedene Theorien haben verschiedene Symmetrien und Erhaltungssätze!

tiefer Zusammenhang: Noether-Theorem

$\boxed{\text{Symmetrien der Lagrangedichte} \Leftrightarrow \text{Erhaltungssätze}}$

z.B.: Invarianz unter (räuml. + zeitl.) Translationen ⟺ Energie-Impuls-Erhaltung

<u>Bsp</u> Leptonzahlerhaltung in der QED

$$\hat{\mathcal{L}}_I = e\,\hat{\bar{\psi}}\gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi} \qquad \text{(vgl. Skript, S. 36)}$$

hat die folgende Invarianz (Symmetrie):

$$\hat{\psi} \to \hat{\psi}' = e^{i\alpha}\hat{\psi} \qquad \text{mit } \alpha \in \mathbb{R}$$
$$\hat{\bar{\psi}} \to \hat{\bar{\psi}}' = e^{-i\alpha}\hat{\bar{\psi}}$$
$$\hat{A}_\mu \to \hat{A}_\mu' = \hat{A}_\mu$$
$$\Rightarrow \hat{\mathcal{L}}_I \to \hat{\mathcal{L}}_I' = \hat{\mathcal{L}}_I \quad ! \quad (\forall \alpha)$$

Die Symmetrie funktioniert, weil es an jedem Vertex <u>zwei</u> Fermionen gibt, $\hat{\bar{\psi}}, \hat{\psi}$, bzw. ~~...~~

⇒ <u>Anzahl der Fermionen bleibt erhalten</u>.

In der QCD gibt es viele solcher Symmetrien, z.B.:

<u>Seltsamkeit</u> ist eine "kontinuierliche innere Symmetrie"

$\mathcal{L}_{QCD}$ ist invariant unter $\hat{s} \to e^{i\alpha}\hat{s}$, $\hat{\bar{s}} \to e^{-i\alpha}\hat{\bar{s}}$.

$\Rightarrow$ deshalb bleibt die Seltsamkeit erhalten.

d.h. Resonanzen wie $K^+ = u\bar{s}$, $K^- = s\bar{u}$ können in QCD <u>nicht</u> zerfallen!

((dasselbe gilt auch für "Charmness" etc. aber $c\bar{c}$ kann natürlich zerfallen.))

<u>Isospin</u>

analog zur Seltsamkeit könnte man auch "Upness" und "Downness" definieren.

Diese wären wieder exakte Symmetrien der QCD.

Falls man elektromagnetische Effekte sowie die Massendifferenz der u- und d-Quarks vernachlässigen kann, gilt es eine <u>größere Symmetrie</u>, die sog. <u>Isospin-Symmetrie:</u> $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \underbrace{R}_{\text{Matrix}} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$

Damit $\hat{\mathcal{L}}_I$ invariant ist, muß R unitär sein: $R^+ R = \mathbb{1}$, sowie $\det R = +1$.

Man sagt: "die Symmetriegruppe ist die <u>Flavor-SU(2)</u>"

Konsequenzen: • Isospin-Transformationen vertauschen mit Hamilton-Op.

$\rightarrow$ diese Op's haben gleichzeitige Eigenzustände

$\rightarrow$ Teilchen ($\hat{=}$ Eigenzustände des $\hat{H}$) können durch I, I_z klassifiziert werden ((vgl. Drehungen: J, J_z))

z.B. $u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv |\tfrac{1}{2}\, \tfrac{1}{2}\rangle \equiv \bar{d}$

$d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv |\tfrac{1}{2}\, {-\tfrac{1}{2}}\rangle \equiv \bar{u}$

$u\bar{d}$ $\quad \pi^+ \equiv |1\,1\rangle = |\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle$

$u\bar{u}+d\bar{d}$ $\quad \pi^0 \equiv |1\,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle + |\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle\right)$

$d\bar{u}$ $\quad \pi^- \equiv |1\,{-1}\rangle = |\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle|\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle$

((remember: Addition von Drehimpulsen; Clebsch-Gordan-Koeff's; s. QM; $|j\,m\rangle = \sum_{j_1 j_2} C^{j\,j_1 j_2}_{m\,m_1 m_2} |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$

bzw. $|j_1 m_1\rangle|j_2 m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} C^{j\,j_1 j_2}_{m\,m_1 m_2} |j, m_1+m_2\rangle$))

- Zerfälle: Isospin bleibt erhalten
- Streuung: Amplitude bestimmt durch I des Streuzustandes (vgl. Übungen, Aufgabe 36)

<u>Parität</u> ist eine "diskrete Raumzeitsymmetrie"

Raum(spiegelung)$^{\text{inversion!}}$ $x^\mu \to x^{\mu\prime} = \Lambda_P{}^\mu{}_\nu x^\nu$, $\Lambda_P = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$ ist ein Teil der Lorentzgruppe (vgl. Skript S. 7).

Vermutung: diese Trafo vertauscht mit $\hat{H}$ ⇒ kann physikalische Teilchen als Eigenzustände wählen. Für QED/QCD ist das der Fall.

Bezeichnung: Operator $\hat{P}$ überführt Teilchenzustände in raumgespiegelte Version. wegen $\hat{P}^2 = \mathbb{1}$ hat $\hat{P}$ die Eigenwerte $P = \pm 1$.

falls ein Objekt unter L-Trafo invar. ist: "Skalar"

" wie x^μ transformiert: "Vektor"

mit ihrem Verhalten unter $\hat{P}$ fallen diese in folgende Klassen:

Skalar	$\hat{P} s = s$	
Pseudoskalar	$\hat{P} p = -p$	z.B. $p = \vec{v}\cdot\vec{a}$, $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$
Vektor	$\hat{P} \vec{v} = -\vec{v}$	z.B. $\vec{v} = \partial_t \vec{x}$
Axialvektor (oder: Pseudovektor)	$\hat{P} \vec{a} = \vec{a}$	z.B. $\vec{a} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$, $\vec{r}\times\vec{F}$, $\vec{B}$

Die wichtigsten $J=0$ Mesonen (π, K, η, η'; S.S. 42) sind <u>Pseudoskalare</u>

denn: betrachte $\hat{P}$ im 2d Raum von Teilchen/Anti-T.
beide sind Eigenzustände von $\hat{P}$ ⇒ $\hat{P}$ diagonal, $\hat{P} = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$
also hat T.-Anti-T.-Zustand Gesamtparität $1\cdot(-1) = -1$
((angeregte Zustände: zusätzlicher Faktor $(-1)^\ell$ ← Bahndrehimpuls))

merken:
- Bewegungsrichtung = Vektor ($\vec{v} = \partial_t \vec{x}$)
- Spinvektor = Axialvektor ($\vec{L} = \vec{x}\times\vec{p}$)
- Helizitäts- (oder Polarisations-)Zustand = Pseudoskalar
  ((= Projektion des Spinvektors auf Bewegungsrichtung))

Ladungskonjugation $\hat{C}$

konvertiert jedes Teilchen in sein Antiteilchen

im 2d Raum von T.-AntiT.: $\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

wieder $\hat{C}^2 = \mathbb{1}$

$\hat{C}$ vertauscht mit $\hat{H}$ der QED/QCD.

((haben allerdings T./AntiT.-Zustände nicht als Eigenzust. gewählt))

falls ein Teilchen sein eigenes Antiteilchen ist, hat man wieder einen Eigenzustand, mit EW $C = \pm 1$

Bsp π^0 hat $C = +1$, Photon γ hat $C = -1$

also ist $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ erlaubt (PDG: 98.8 %)

$\pi^0 \to \gamma + \gamma + \gamma$ verboten (PDG: $< 3 \cdot 10^{-8}$)

kombinierte diskrete Symmetrien

- die Kombination $\hat{C}\hat{P}$ ist sehr wichtig (s. später; s. Übung, Aufg. 38).
  überführt Teilchen mit Helizität/Polarisation in Anti-T. mit entgegengesetztem Wert

- können Zeitumkehr definieren ((s. S. 7, $\Lambda_T = \mathrm{diag}(-1,1,1,1)$)).
  der entsprechende Operator heißt $\hat{T}$.
  $\hat{T}$ nicht unabhängig von $\hat{C}\hat{P}$, denn: jede Lorentz-invariante QFT muß $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$-symmetrisch sein! [Pauli, 1955]
  ((Konsequenz der $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$-Symmetrie: Teilchen und Anti-T. haben dieselbe Masse und Lebensdauer. Experiment ⇒ ✓))

Paritätsverletzung

historisch: schwache Ww als Ursache des β-Zerfalls $n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

[Fermi, 1932] Modell dafür: $\hat{\mathcal{L}}_I = -G_F \left(\hat{\bar{n}} \gamma^\mu \hat{p} \hat{\bar{\nu}}_e \gamma_\mu \hat{e} + \hat{\bar{p}} \gamma^\mu \hat{n} \hat{\bar{e}} \gamma_\mu \hat{\nu}_e \right)$

Fermi-Kopplung $G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \, \frac{1}{\mathrm{GeV}^2}$; Feldoperatoren