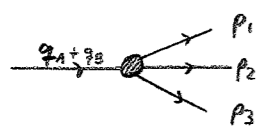
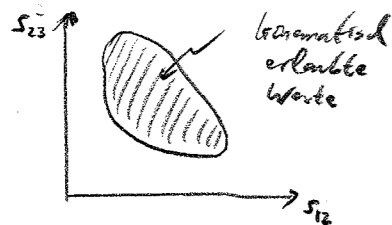


- bei $2 \rightarrow n > 2$ Streuung ist die Kinematik etwas komplizierter, z.B.



$$\begin{aligned}
 s_{12} &:= (p_1 + p_2)^2 \\
 s_{13} &:= (p_1 + p_3)^2 \\
 s_{23} &:= (p_2 + p_3)^2
 \end{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 s_{12} + s_{13} + s_{23} &= \\
 &= (q_1 + q_2)^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 \\
 &= s + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = \text{const} \\
 &\rightarrow \text{zwei genügen!}
 \end{aligned} \right\}$$



"Dalitz-Plot": stellt die erlaubte Region dar. Jeder Punkt $\hat{=}$ einer Geometrie des Endzustandes

- eine tiefere Behandlung der Phasenraumintegration ist z.B. in [Feynman / Kinematik, "Modern Intro. to Particle Phys.", S. 3-body phase space]

jetzt fehlt uns nur noch eine Methode, um $|M|^2$ zu berechnen! das geht am besten mit "Feynman-Diagrammen", die graphisch sehr anschaulich sind, und sich daher als eine "Sprache" in der Teilchenphysik durchgesetzt haben.

3.3 Feynman-Regeln

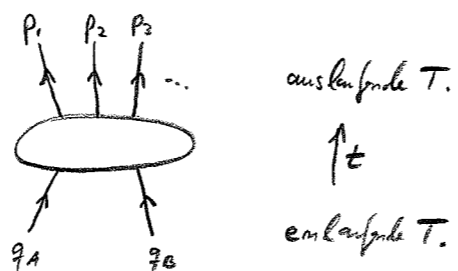
$\hat{=}$ Algorithmus zur Berechnung der Amplitude M in quantenfeldtheoretischen Prozessen
 mathematischen Ausdrücken werden graphische Bausteine zugeordnet

① externe Linien

werden durch ihren Viererimpuls bezeichnet

Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen: zusätzlich Helizität s

Spin 1-Teilchen: zusätzlich Polarisation λ

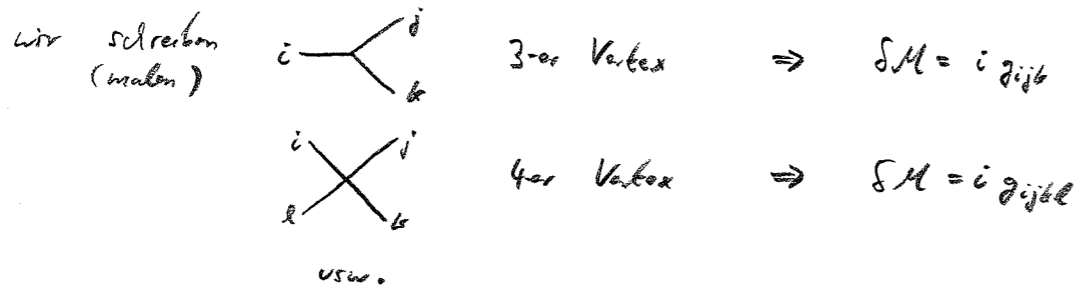


$\rightarrow p$ ---	Spin-0-T., Viererimpuls $p \Rightarrow$	$\delta M = 1$
$\rightarrow p, \lambda$	Spin-1-T. (Photon) \Rightarrow	$\delta M = \epsilon_{(\lambda)}^\mu(\vec{p})$
$\rightarrow p, s$	Spin- $\frac{1}{2}$ -T. (Elektron) \Rightarrow	$\delta M = u(\vec{p}, s)$, $\delta M = \bar{u}(\vec{p}, s)$
		emlaufend auslaufend
$\leftarrow p, s$	Spin- $\frac{1}{2}$ -Antit. (Positron) \Rightarrow	$\delta M = \bar{v}(\vec{p}, s)$, $\delta M = v(\vec{p}, s)$

Bsp: $e^{-i(q_{1,s})} + e^{i(q_{2,s})} \rightarrow \psi(p_1, \lambda_1, p_1) + \psi(p_2, \lambda_2, p_2)$

② Vertices: sind durch \hat{V} in $\hat{H} = \hat{H}_0 + g\hat{V}$ bestimmt.
 genauer: im Zeitentwicklung-Operator kommt $-i \int dt' g \hat{V}_I(t')$ vor.

im Lagrange-Formalismus ist das $+i \int dt' \int d^3x \hat{\mathcal{L}}_I$
 mit Lagrange-Dichte $\hat{\mathcal{L}}_I$ (= Polynom in Feldoperatoren)
 allgemein: $\hat{\mathcal{L}}_I = g_{ijk} \hat{\phi}_i \hat{\phi}_j \hat{\phi}_k + g_{ijkl} \hat{\phi}_i \hat{\phi}_j \hat{\phi}_k \hat{\phi}_l + \dots$



③ interne Linien: falls ein Feynman-Diagramm (s.o.) innere Linien hat, entspricht jede dieser Linien einem "Propagator".

Dieser hängt von Impuls/Masse/Art des Teilchens ab, hat aber keinen Spin- bzw. Polarisations-Zustand; es ist über alle Möglichkeiten summiert.

$\dashrightarrow p \dashrightarrow \Leftrightarrow \delta M = \frac{i}{p^2 - m^2}$

$\overrightarrow{p} \overleftarrow{p} \Leftrightarrow \delta M = \frac{i}{p^2} (-g_{\mu\nu})$

$\begin{matrix} \rightarrow p \\ \leftarrow p \end{matrix} \Leftrightarrow \delta M = \frac{i}{p^2 - m^2} (\not{p} + m)$

\cong Vollständigkeitsrelation vgl. Skript S. 21

((Herleitung: die genauen Ausdrücke für Propagatoren folgen aus \hat{H}_0))

④ E-p-Erhaltung an jedem Vertex muss der Vierimpuls erhalten sein

⑤ interne Impulse werden per $\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}$ überintegriert

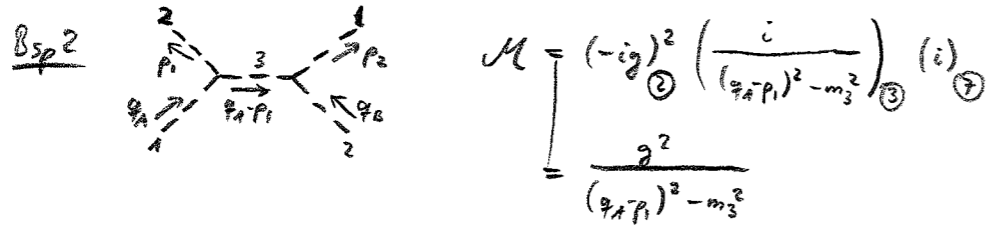
⑥ Antisymmetrisierung (-1) für jede geschlossene Fermion-Schleife.
 (-1) zwischen Diagrammen, die sich nur durch Austausch von zwei externen Fermionen unterscheiden.

⑦ Gesamtphase alles mit (+i) multiplizieren ((für M^2 egal))

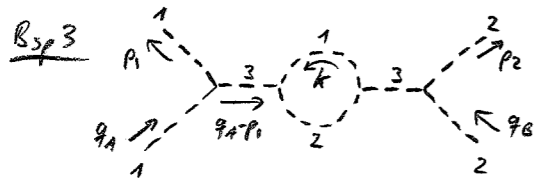
Bsp Wie gegeben durch $\vec{L}_I = -g \vec{p}_1 \vec{p}_2 \vec{p}_3$



$$M = (-ig)_{\text{②}} (i)_{\text{⑦}} = g$$



$$M = \frac{(-ig)_{\text{②}}^2 \left(\frac{i}{(q_A - p_1)^2 - m_3^2} \right)_{\text{③}} (i)_{\text{⑦}}}{(q_A - p_1)^2 - m_3^2}$$



$$M = \frac{(-ig)_{\text{②}}^4 \left(\frac{i}{(q_A - p_1)^2 - m_3^2} \right)_{\text{③}}^2 \left(\frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \right)_{\text{⑤}} \left(\frac{i}{k^2 - m_1^2} \right)_{\text{⑥}} \left(\frac{i}{(q_A - p_1 + k)^2 - m_2^2} \right)_{\text{⑧}} (i)_{\text{⑦}}}{\frac{ig^4}{[(q_A - p_1)^2 - m_3^2]^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m_1^2) [(q_A - p_1 + k)^2 - m_2^2]}}$$

4. Quantenelektrodynamik (QED)

Entwicklung: 1946-51 Feynman, Schwinger, Tomonaga ; (Nobel 1965)

QED ist die am genauesten verifizierte Theorie der Physik!

magnetisches Moment des e^-

((in Einheiten des "Bohr'schen Magneton" $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$))

$$\frac{\mu_e}{\mu_B} = 1.00115965218073 (28) \quad \leftarrow \text{experimentell gemessen}$$

Unsicherheit der letzten beiden Ziffern [Harvard, 2008
s. arXiv: 0801.1134]

$$= 1.001159652183 (7) \quad \leftarrow \text{theoretisch berechnet}$$

[s. arXiv: 0712.2607]

Relevanz: QED beschreibt (u.a.) Wien von e, γ
 \rightarrow alle Phänomene z.B. der Chemie folgen aus QED!