Im Zusammenhang mit Dirac-Feldern ist es nützlich, zwei Konzepte zur Klassifizierung des "Eigendrehimpulses" einzuführen:

Helizität

Def (physikalisch; analog Polarisation des Photons)

Helizität h = (Projektion des Spins auf Bewegungsrichtung)$\cdot 2$

z.B.  $\vec p$ $\quad s_z = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow h = \pm 1$

Beschreibung (mathematisch; s. auch Übung, Aufgabe 15)

Helizität $h(\vec p) := \vec e_{\vec p}\cdot\vec\Sigma$, $\vec\Sigma := \begin{pmatrix}\vec\sigma & 0\\ 0 & \vec\sigma\end{pmatrix}$, $\vec e_{\vec p} = \frac{\vec p}{|\vec p|}$

Spin entlang Bewegungsrichtung $\vec e_{\vec p}$ ist dann $s_{\vec e_{\vec p}} = \frac{1}{2}h(\vec p)$

es gilt: $h^2(\vec p) = \mathbb{1} \Rightarrow$ EW $= \pm 1$

Projektoren $P_\pm^{(h)} := \frac{1\pm h}{2}$ ((denn $(P_\pm^{(h)})^2 = P_\pm^{(h)}$, $P_+^{(h)}P_-^{(h)} = 0$, $P_+^{(h)} + P_-^{(h)} = \mathbb{1}$))

→ können jeden Zustand als $u = (P_+^{(h)} + P_-^{(h)})u =: u_+^{(h)} + u_-^{(h)}$ schreiben!

z.B. $\vec p = p\,\vec e_z \Rightarrow h(\vec p) = \mathrm{diag}(1,-1,1,-1)$

$$h(\vec p)\,u(\vec p,s) = h(\vec p)\frac{1}{\sqrt{E_p+m}}\begin{pmatrix}E_p+m & 0 & -p & 0\\ 0 & E_p+m & 0 & p\\ p & 0 & -E_p+m & 0\\ 0 & -p & 0 & -E_p+m\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_s\\ 0\end{pmatrix} = h(\vec p)\begin{pmatrix}\sqrt{E_p+m}\,\xi_s\\ \frac{sp}{\sqrt{E_p+m}}\xi_s\end{pmatrix} = s\,u(\vec p,s)$$

⇒ Helizitäts-EW ist s!

Chiralität

Def (mathematisch; s. auch Übg, Aufgabe 15)

Chiralitätsoperator $\gamma_5 := i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix}0 & \mathbb{1}\\ \mathbb{1} & 0\end{pmatrix}$

es gilt: $\gamma_5{}^2 = \mathbb{1} \Rightarrow$ EW $= \pm 1$

Projektoren $P_{R/L} := \frac{1\pm\gamma_5}{2}$ ((denn $P_L^2 = P_L$, $P_R^2 = P_R$, $P_L P_R = 0$, $P_L + P_R = \mathbb{1}$))

→ können jeden Zustand als $u = (P_L + P_R)u =: u_L + u_R$ schreiben!

"rechtshändig"
"linkshändig"

Beschreibung (physikalische Relevanz)

- die schwache Wechselwirkung wirkt nur auf linkshändige Teilchen (s. später)
- masselose Teilchen: Chiralität $\hat{=}$ Helizität

z.B. $\vec{p} = p\vec{e}_z$, $m=0$ $\Rightarrow$ $u(\vec{p},s) = \sqrt{|\vec{p}|}\begin{pmatrix}\xi_s\\ s\xi_s\end{pmatrix}$

$$\gamma_5\, u(\vec{p},s) = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\sqrt{|\vec{p}|}\begin{pmatrix}\xi_s\\ s\xi_s\end{pmatrix} = \sqrt{|\vec{p}|}\begin{pmatrix}s\xi_s\\ \xi_s\end{pmatrix} = s\, u(\vec{p},s)$$

$\Rightarrow$ Chiralitäts-EW ist s!

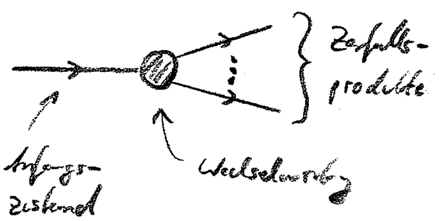
- Neutrinos werden nur in schwachen Ww'n erzeugt, sind also linkshändig. $m_\nu = 0$ $\Rightarrow$ $s=-1$: $\longleftarrow\!\bullet\!\longrightarrow \vec{p}$
(Ü 15d) $\quad S_z = -\frac{1}{2}$

3. wechselwirkende Teilchen

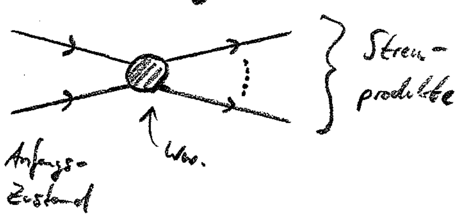
bisher: Beschreibung freier relativistischer Teilchen
(mit Impuls $\vec{p}$; Polarisation λ; Helizität s)

Jetzt: Wechselwirkungen erlaubt
haben zwei grundlegende Arten von Prozessen:

Zerfälle



Streuung



3.1 Zerfälle

einige wichtige Vokabeln:

- Lebensdauer τ

wird meist für ein ruhendes Teilchen angegeben (vgl. Ü 4)

QM $\rightarrow$ für ein einziges T. keine genaue Vorhersage

$\rightarrow$ τ ist "mittlere" Lebensdauer

- Zerfallsrate Γ $\hat{=}$ Wahrscheinlichkeit (pro Zeiteinheit) dass Zerfall stattfindet

  T.-Zahl N, $dN = -\Gamma N\, dt \Rightarrow N(t) = N(0)\, e^{-\Gamma t}$

  es gilt $\Gamma = \frac{1}{\tau}$

  $$\left(\left(\text{denn: } \tau = \langle t \rangle = \frac{\int_0^\infty dt\; t\; N(t)}{\int_0^\infty dt\; N(t)} = \frac{-\partial_\Gamma \int dt\, e^{-\Gamma t}}{\int dt\, e^{-\Gamma t}} \overset{x=\Gamma t}{=} \frac{-\partial_\Gamma \frac{1}{\Gamma}}{\frac{1}{\Gamma}} = \frac{1}{\Gamma} \right)\right)$$

- Zerfallskanal i (i beschreibt Art der Zerfallsprodukte; s. PDG)

  z.B. Zerfallsrate in diesem Kanal $= \Gamma_i$

- Gesamtzerfallsrate $\Gamma_{tot} = \sum_i \Gamma_i$

- Verzweigungsverhältnis Γ_i / Γ_{tot}

  Je größer also das Verzweigungsverhältnis, desto mehr Zerfälle im Kanal

Berechnung der Zerfallsrate

per zeitabhängiger Störungstheorie im Ww-Bild (s. S. 11 und Ü 9)

$$\hat{H} = \underset{\text{freie T.}}{\hat{H}_0} + g \underset{\text{Ww}}{\hat{V}} \quad ; \quad |\psi(t)\rangle_I = \hat{U}_I(t,t_0)\, |\psi(t_0)\rangle_I$$

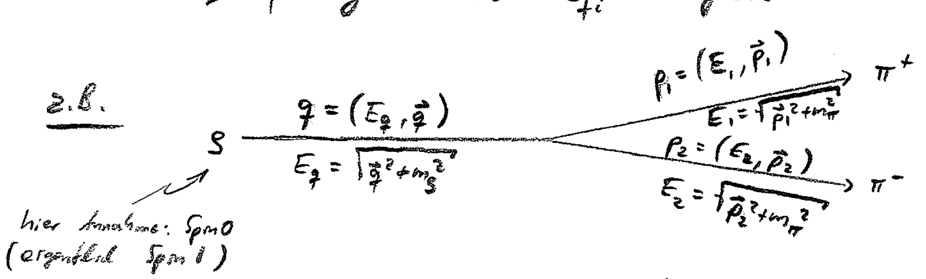
$$\text{Zeitentwicklungs-Op.} \quad \hat{U}_I(t,t_0) = \mathbb{1} - ig \int_{t_0}^{t} dt'\, \hat{V}_I(t') + O(g^2)$$

def Streumatrix $S_{fi} := {}_I\langle f |\, \hat{U}_I(+\infty, -\infty)\, | i \rangle_I$

$\langle f|$ Endzust. ("final"), $|i\rangle$ Anfangszustand ("initial")

$\rightarrow$ für $g = 0$ ist S_{fi} diagonal

z.B.



Ww. habe die Form $g\, \hat{V}_I(t') = \int d^3x\, \underset{\text{Konstante}}{\mathcal{M}}\, \hat{\phi}^\dagger(t',\vec{x})\, \hat{\phi}(t',\vec{x})\, \hat{\rho}(t',\vec{x})$

mit

$$\hat{\phi}(x) = \int \frac{d^3p_1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_1}} \left(\hat{a}_{\vec{p}_1}\, e^{-ip_1 x} + \hat{b}^\dagger_{\vec{p}_1}\, e^{+ip_1 x} \right)$$

erzeugt Antiteilchen $\hat{=}$ auslaufendes π^+

$$\hat{\phi}^\dagger(x) = \int \frac{d^3p_2}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_2}} \left(\hat{a}^\dagger_{\vec{p}_2}\, e^{+ip_2 x} + \hat{b}_{\vec{p}_2}\, e^{-ip_2 x} \right)$$

erzeugt Teilchen $\hat{=}$ auslaufendes π^-

$$\hat{\rho}(x) = \int \frac{d^3q}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_q}} \left(\hat{a}_{\vec{q}}\, e^{-iqx} + \hat{a}^\dagger_{\vec{q}}\, e^{+iqx} \right)$$

vernichtet Teilchen $\hat{=}$ einlaufendes ρ