Klausur zu EMTP I   Uni Bielefeld   11.02.2008

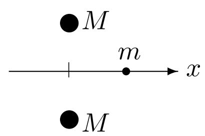
[Beginn 09:30, Abgabe 11:30 ; 30 Punkte, bei ≥ 10 garantiert bestanden ; Name+Matrikelnr auf jedes Blatt]

Aufgabe 1: Schwerpunkt (1 Punkt)
Drei gleiche Massen m befinden sich bei $(a, 0, 0)$, $(-a, 0, 0)$ und $(0, 0, h)$.
Geben Sie den Schwerpunkt $\vec{R}$ des Systems an.

Aufgabe 2: Ableitungen; Entwicklung (0.5+0.5+1+1=3 Punkte)
(a) $\partial_x \, e^{\sin(x)} = ?$ (b) $\partial_x \, a^x = ?$ (c) $\partial_x \, \arccos(x) = ?$ (d) $[1 + \cosh(x)]^{-1} = ... + \mathcal{O}(x^4)$

Aufgabe 3: Energie- und Impulssatz (3 Punkte)
Ein Zirkusartist der Masse M springt von einem Trampolin senkrecht nach oben mit Anfangsgeschwindigkeit v_0. Während er nach oben fliegt, greift er sich in Höhe h einen dort auf einem Wandvorsprung wartenden dressierten Affen der Masse m und steigt mit ihm weiter. Skizze! Bis zu welcher Höhe H kommen die beiden? [Hinweis: $H \ll R_{\text{Erde}}$]

Aufgabe 4: Gravitation (2 Punkte)
Ein Doppelstern (je M, Abstand $2R$ voneinander) umkreist die x–Achse. Genau auf dieser bewegt sich eine Raumsonde (Masse m) und erfährt eine Kraft, die nur eine erste Komponente hat, nämlich $K_1(x) = ?$



Aufgabe 5: Newton (3 Punkte)
Ein Proton (Masse m, Ladung q) fliegt konstant mit $\vec{v} = (v_0, 0, 0)$ durch einen Kondensator, $\vec{E} = (0, 0, E)$, und bleibt dabei dank eines Magnetfeldes $\vec{B}$ immer auf der x–Achse. $\vec{B} = ?$

Aufgabe 6: ER per Ansatz lösen (3 Punkte)
$\boxed{\ddot{x} = -\,2\,a\,\omega^2/(1+\omega t)^3 \;\; , \;\; \dot{x}(0) = a\,\omega \;\; , \;\; x(0) = 0}$ Ansatz? $x(t) = ?$
[Hinweis für den Ansatz: Was verschwindet bei zweimaligem Ableiten? wie entsteht $1/(1+\omega t)^3$ durch Ableiten?]

Aufgabe 7: 1D Problem: Potential, kleine Schwingungen (2+2=4 Punkte)
Ein Gummiband antwortet auf eine Auslenkung um x mit der Kraft $K_1(x) = -\lambda \dfrac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$.
(a) Welches Potential $V(x)$ hat diese Kraft? Skizzieren Sie grob den V–Verlauf.
(b) Um kleine Schwingungen in der V–Mulde zu studieren, entwickeln Sie $V(x) = \;\ldots\; + \mathcal{O}(x^4)$, ermitteln die $\ldots$–Terme, bilden die Bewegungsgleichung und geben die Kreisfrequenz ω an.

Aufgabe 8: Drehung (3 Punkte)
Ist $D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ 1 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$ eine Drehmatrix?
Falls ja, geben Sie bitte den Drehwinkel φ und die Drehachse $\vec{e}$ (als Einheitsvektor) an.

Aufgabe 9: Hauptachsen (HA) (3 Punkte)
Gehen Sie zu $H = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ das HA-Transformations-Rezept durch. $D = ?$
[Notation wie üblich: $H' = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2) = D\,H\,D^{\text{T}}$]

Aufgabe 10: (3+2=5 Punkte)
Der Faktor λ in $\boxed{\dot{v} = -\,\lambda\,v^3 \; , \; v(0) = v_0}$ sei sehr klein. Behandeln Sie das Problem
(a) in Störungsrechnung bis λ^2, bestimmen also $v^{(0)}$, $v^{(1)}$ und $v^{(2)}$.
(b) exakt, und entwickeln die exakte Lösung bis λ^2 [und freuen uns beim Vergleich mit (a)].

Viel Erfolg!