

[Abgabe 07.02; alle Aufgaben dieses Blattes sind freiwillig]

Aufgabe 39: Störungsrechnung (1+0.5+0.5+2=4 Punkte)

Eine (bei Glätteis) auf der x-Achse mit $v(0) = v_0$ startende Person (m) erfährt die Reibungskraft $-m\alpha v + m\beta \frac{1}{t} \ln\left(\frac{v}{v_0}\right)$.

- ER für $v(t)$?
- Hat der β -Term überhaupt bremsende Wirkung? Warum?
- Der Faktor β ist sehr klein. Dimension von $\beta \Rightarrow \beta \ll ?$ als Bedingung.
- Welchen Beitrag $v^{(1)}(t)$ liefert Störungsrechnung erster Ordnung in β ?

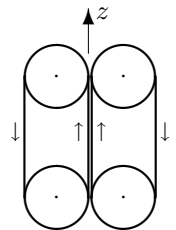
Aufgabe 40: Potenzreihen (1+1+0.5+0.5=3 Punkte)

Geben Sie jeweils die ersten drei Terme der folgenden Reihen an:

- Reihe aus Reihe der Ableitung gewinnen:
 $\partial_x \arctan(x) = \dots = \text{Reihe davon} \Rightarrow \text{Reihe des } \arctan(x) \text{ für } x \ll 1$
- Reihe aus Division von Reihen gewinnen: $\tan(x) = \frac{\sin - \text{Reihe}}{\cos - \text{Reihe}} = \dots (x \ll 1)$
- $v \ll c$: $\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \dots$
- $p \ll mc$: $\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} = \dots$

Aufgabe 41: e hoch Matrix (0.5+2.5+2=5 Punkte)

Die skizzierten Keilriemen haben je Masse M und laufen über masselose, reibungsfreie Rollen. Auf der z-Achse berühren sie sich und erfahren dort die Reibungskraft $-M\alpha$ mal Relativgeschwindigkeit. Wäre also $v_1 = v_2$, so würden sie ewig vor sich hin schnurren — aber es ist nicht so: siehe die Anfangsbedingung im ER bei (a).



- Aus v_1, v_2 werde formal ein Vektor $\vec{v}$ gebildet. Können Sie die Matrix H im ER angeben?

$$\dot{\vec{v}} = -\alpha H \vec{v}, \quad \vec{v}(0) = v_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Erster Weg: Normierte Eigenvektoren von H ermitteln, $\vec{v} = A(t) \vec{f}_1 + B(t) \vec{f}_2$ ansetzen, ER's für $A(t)$ und für $B(t)$ aufschreiben, beide lösen, $\vec{v}$ notieren und vereinfachen. $\vec{v}(t \rightarrow \infty) = ?$ wirkt nun sehr beruhigend.
- Zweiter Weg: Ob man so tun kann, als wäre H eine Zahl?! Dann kann man ja die Lösung sofort niederschreiben! Auch $H = 1 - R$ (R wie Restmatrix) ist möglich sowie Abspalten eines Vorfaktors $e^{-\alpha t}$. $R \cdot R = ?$ In der e-Reihe gibt es also nur Terme $\sim R$ und $\sim$ Einheitsmatrix – OK? – und diese Terme lassen sich separat wieder aufsummieren. Kommt das $\vec{v}$ -Resultat von (b) wieder heraus?

Hinweise zur Klausur

- Anmeldung in Listen (in Übung oder Vorlesung), oder per Email, bis 7.2.07
- Klausur I: 12.2.07 von 9:30–11:30 in H6 (mind. 10min vorher da sein)
- Klausur II: 26.3.07 von 9:30–11:30 in H6 (mind. 10min vorher da sein)
- erlaubt: eigene Ü-Lsn, Vorl-Skript, Physik mit Bleistift
- nicht erlaubt: Computer, Taschenrechner, Handy
- ca. 20 Seiten leeres Papier mitbringen, Name und Matr-Nr je oben rechts
- Studentenausweis und Personalausweis mitbringen