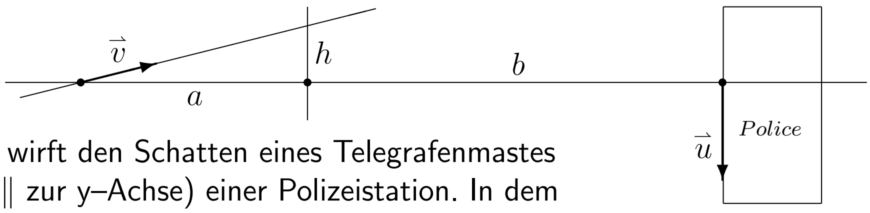
Übungen zu EMTP I	**Blatt Nr. 02**	25.10.2006

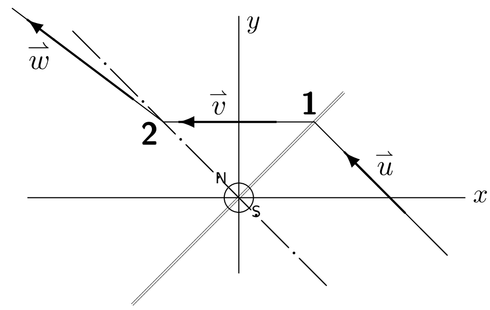
[Abgabe 8.11 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 4: Geschwindigkeitskontrolle bei Nacht (3 Punkte)



Eine gerade Landstraße verläuft über die Punkte $(-a\,,\,0)$ und $(\,0\,,\,h\,)$.
Der Scheinwerfer eines Autos wirft den Schatten eines Telegrafenmastes (= Ursprung) auf die Wand (‖ zur y–Achse) einer Polizeistation. In dem Moment, in dem der Raser die x–Achse passiert, wird an der Station bei $(\,b\,,\,0\,)$ die Schattengeschwindigkeit u registriert. Die Beamten bitten nun die Uni um eine handliche Formel (u, a, b, h enthaltend) für die Geschwindigkeit v des Sünders.

Aufgabe 5: Zentralkraft und Drehimpuls (3+2=5 Punkte)



Das unglaubliche Zentralkraftfeld eines fernen Planeten (Mitte = Ursprung) ist fast überall Null. Nur nahe an der S–N–Achse stößt es stark ab, und in enger Umgebung der Äquatorebene zieht es an. Eine Raumsonde fliegt genau in der Ebene $z = 0$ ein, und zwar parallel zur S–N–Achse (links–diagonal) und mit Geschwindigkeit u. Sie wird bei $\vec{r}_1 = (1,1,0)a/\sqrt{2}$ an der Äquatorebene abgelenkt und bei $\vec{r}_2 = (-1,1,0)a/\sqrt{2}$ durch das polare Bündel in Richtung $\vec{e}_w = (-4,3,0)/5$ in den Raum geschleudert — mit welcher Geschwindigkeit w ?

(a) Was bei Punkt 1 gilt, soll als Gleichheit zweier Skalarprodukte (mit welchem Vektor $\vec{e}$?) notiert werden. Weil $\vec{u} = (?,?)$ bekannt ist, folgt $\vec{v}$ und (nach gleichem Prinzip) schließlich w.

(b) Jemand behauptet, $\vec{\ell} := \vec{r} \times \vec{v}$ sei eine interessante Bildung (und $\vec{L} = m\vec{\ell}$ heiße *Drehimpuls*). Wir rechnen diesen Vektor vier mal aus, und zwar bei 1 unmittelbar vor Eintritt in die Kraftfeld–Schicht, dort unmittelbar nach Austritt, bei 2 vor und bei 2 nach. Wir bilden also $\vec{\ell}_{1v}$, $\vec{\ell}_{1n}$, $\vec{\ell}_{2v}$ und $\vec{\ell}_{2n}$ – und staunen. (Es lag an der Zentralkraft, gilt für jede und heißt *Drehimpulserhaltung*.)

Aufgabe 6: Fünf *quickies* (1+0.5+0.5+0.5+0.5=3 Punkte)

(a) Eine ferne Zivilisation legt einen Vektor $\vec{a}$ durch Angabe der Abstände u, v, w zu den Achsen (statt zu den Ebenen) fest. u ist die Länge des Lotes vom $\vec{a}$–Endpunkt zur x–Achse usw. Wie drückt sich der Betrag $a = |\vec{a}|$ durch u, v, w aus ?

(b) Man zeige: Sind die Beträge von Summe und Differenz zweier Vektoren gleich, dann sind die Vektoren senkrecht zueinander.

(c) Man zeige: Sind Summe und Differenz zweier Vektoren senkrecht zueinander, dann haben die Vektoren denselben Betrag.

(d) Wird eine Komponente (Ihrer Wahl) der linken Seite von $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a}\,\vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a}\,\vec{b})$ ausführlich durch Komponenten ausgedrückt und (unabhängig davon) selbiges auch mit der rechten Seite getan, so ist die „bac–cab–Formel“ *verifiziert.*

(e) Das Produkt $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \left[(\vec{a} \times \vec{c}) \times (\vec{b} \times \vec{c}) \right]$ soll vereinfacht werden (einfach = kurz).