# 3. Newton 1643–1727

bisher: Kap 1, Vektoren, Vokabeln gelernt, statisches Weltbild ("Photo")
Kap 2, Kinematik, $\vec r(t)$ auf vorgegebenen Kurven, "Kino"

in der Natur: $\vec r(t)$ weiß von alleine, wie er sich zu verändern hat!
→ Zukunft vorhersagen? Wahrsagen? Physik!

Physik: Stück Natur verstehen = kann ausrechnen, was sie tun wird.
↳ wir sind gut vorbereitet: $\vec r(t)$, $\partial_t$

Experiment(e) → Prinzipien der Natur – Mathematik
↓
Vorhersage über Experimente

} Theor. Physik

in diesem Kap.: Newton'sche Mechanik eines Massenpunktes

---

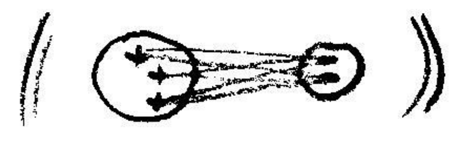
Es gibt Teilchen. T. wechselwirken

| | | | |
|---|---|---|---|
| ( stark, | em, | schwach, | Gravi |
| $10^{-15}$ m, | $\sim r^{-2}$, | $10^{-18}$ m, | $\sim r^{-2}$ |
| 1, | $1/137$, | $10^{-5}$, | $10^{-40}$ |
| klumpend, | wichtig, | kurzreichweitig, | aber Erde aus $10^{50}$ T. ) |

Die Wechselwirkung zw. 2 T. hängt von
Eigenschaftspaaren ($m$, $q$, color, ...) ab

Schlechte Apparate sehen T.-Klumpen als "Massenpkte"

Ww. zw. Massenpkten = $\Sigma$ (elementare Ww n.)



Für die Mechanik besteht die Welt aus Massenpunkten (!),
welche man numerieren kann (!),
und sie behandelt deren Bewegung zu gegebenen Kräften
(ist darum nur "halbe" Theorie).

<u>Das</u> oberste Prinzip ("first principle") der Mechanik ist die Bewegungsgleichung

$$\boxed{m\ddot{\vec r}(t) = \vec K(\vec r(t), \dot{\vec r}(t), t)}$$

"Antwort" "Ursache"

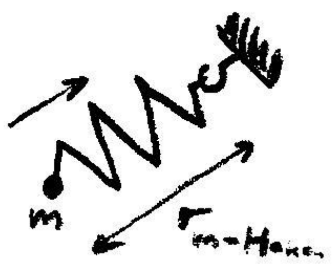
z.B. $= q(\vec E + \vec v \times \vec B)$

oder $= \sum_j (-\gamma m M_j) \frac{\vec r - \vec r_j}{|\vec r - \vec r_j|^3}$

oder $= -\vec v f(v)$ (Reibung)

oder $= \vec e_{\text{von m nach Haken}} \cdot \kappa (r_{m-H} - \ell)$

Feder-Daten




Die Bew.-gl. ist <u>ein</u> Axiom

braucht "actio = reactio" nicht

erklärt "Inertialsystem" (= in denen sie gilt)

definiert $m, \vec K, \vec E, \vec B, q$

<u>und</u> ermöglicht $\vec r(t)$ - Bestimmung!

(braucht keine anderen Überlegungen, keine Fliehkräfte, ..)

<u>Vorhersage</u>

$\vec r(0)$ und $\vec v(0)$ bekannt $\Rightarrow$ $\vec r(t)$ wegen

Bew.gl. - Zerlegung in $\begin{cases} \dot{\vec r} = \vec v \\ \dot{\vec v} = \frac{1}{m}\vec K \end{cases}$ und

$\vec r(t+dt) = \vec r(t) + dt\, \vec v(t)$

$\vec v(t+dt) = \vec v(t) + dt\, \frac{1}{m} \vec K(\vec r(t), \vec v(t), t)$

(3D: 6 Anfangsdaten; 2D: 4; 1D: 2)

Lösung z.B. per Computer (numerisch; genähert),

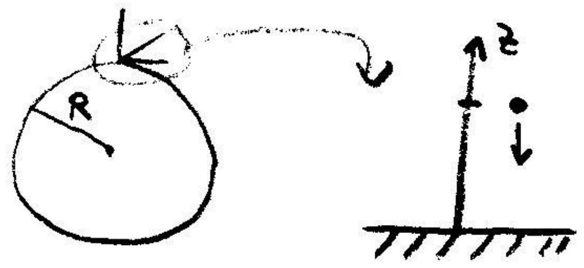
am besten aber per Rechnung.

(( "System gekoppelter Differentialgln. zweiter Ordnung"

gee... können froh sein über jeden lösbaren Spezialfall! ))

# Freier Fall

$$\vec K_{auf\,m} = -\frac{\gamma m M}{|\vec r-\vec r_0|^2}\,\frac{\vec r-\vec r_0}{|\times|}$$

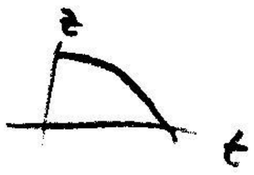



$\vec r_0 = (0,0,-R)$ ; $\vec r-\vec r_0 \approx -\vec r_0$ , $\frac{\vec r-\vec r_0}{|\times|} \approx \vec e_3$

$$\vec K = -m \frac{\gamma M}{R^2}\,\vec e_3 =: -m g\,\vec e_3$$

$$\boxed{\ddot z = -g,\quad \dot z(0) = 0,\quad z(0) = h}$$ (1D, 2 Anfangsdaten ✓)

ER ⇒ Ansatz erlaubt. Lsg ~




"Eindeutigkeitsrahmen"; s. Ü 14,15

$$z(t) = A + Bt + Ct^2 + D\cos(\omega t)$$

- Ansatz (darf unzureichend sein)
- bilde $\dot z, \ddot z$, erfülle Bew.Gl. identisch $\forall\, t$ (hier: 5 Terme)
- setze in Anf.bed. ein, notiere Resultat

$$\dot z = B + 2Ct - D\omega\sin(\omega t)$$
$$\ddot z = 2C - D\omega^2\cos(\omega t) \overset{!}{=} -g \quad\Rightarrow\quad D = 0,\ C = -\frac{g}{2}$$
$$\dot z(0) = B \overset{!}{=} 0$$
$$z(0) = A = h, \quad \text{also} \quad \underline{z = h - \frac{g}{2}t^2}$$

es gibt nur eine Lsg, also ist sie es.

(hätten wir C-Term vergessen, wäre Bew.Gl. nicht $\forall\, t$ erfüllbar gewesen)

"Aufleiten" ( $\dot z = -gt + B$, $\dot z(0) = B \overset{!}{=} 0$

$z = -\frac{g}{2}t^2 + Bt + A$, $z(0) = A \overset{!}{=} h$ )

geht nicht immer; z.B. 3-Körper-Problem,


# 1D harmonischer Oszillator

$$K_1 = -\kappa x$$

$$\boxed{\ddot x = -\frac{\kappa}{m}x,\quad \dot x(0) = v_0,\quad x(0) = 0}$$ (( $+B\cos(\omega_2 t)$, brauche nicht wg. $x(0) \overset{!}{=} 0$ ))

Ansatz: $x = A\sin(\omega t)$. bilde $\dot x, \ddot x$, erfülle $\dot x(0), x(0)$

$$\Rightarrow \underline{x(t) = v_0\sqrt{\frac{m}{\kappa}}\,\sin\left(\sqrt{\frac{\kappa}{m}}\,t\right)}$$

behandle nun (möglichst) allg. Folgerungen aus $m\ddot{\vec r} = \vec K(\vec r, \dot{\vec r}, t)$

## $\vec p$ und $\vec L$

"Wucht" = Impuls = $\vec p := m\vec v$

<u>wenn</u> zu beschleunigende Masse $\mathrm{const}_t$ , <u>dann</u> (( sonst: s. Raketengl. $\downarrow$ ))

$$m\ddot{\vec r} = \partial_t\, m\dot{\vec r} = \dot{\vec p} = \vec K$$

Impulserhaltung : $\dot{\vec p} = 0 \Leftrightarrow \vec K = 0$ (langweilig !)

<u>mehrere Teilchen</u>, Gesamtimpuls $\vec P = \sum_{a=1}^{N} \vec p_a$

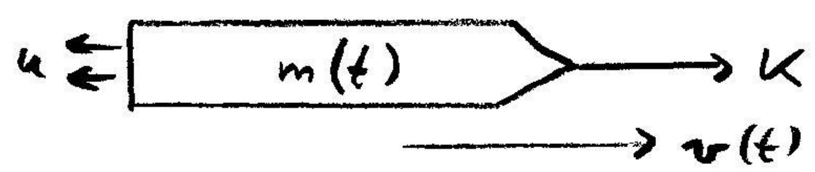
$$\dot{\vec P} = \sum_a \dot{\vec p}_a = \sum_a m_a \ddot{\vec r}_a = \sum_a \vec K_{\text{auf } a}$$

$$\vec K_{\text{auf } a} = \vec K_{\text{auf } a}^{\text{von außen}} + \vec K_{\text{auf } a}^{\text{von } b}$$

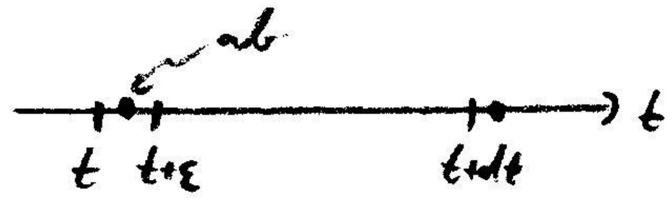
<u>wenn</u> $\sum_a \vec K_a^{\text{v. auß.}} = \vec 0$ und $a \overset{\Downarrow}{\approx} r$ , <u>dann</u>

$$\sum_a \vec K_{\text{auf } a}^{\text{von } b} \approx \vec 0 \quad \text{und} \quad \dot{\vec P} = \vec 0$$

Raketengl.:




Alle $dt$ "platzt" ein $dm$ nach links ab,
mit Geschw. $u$ rel. zur Rakete.





$p_{vor} = p_{nach}$ : $\quad m(t)v(t) = [m(t) - dm]\,v(t+\varepsilon) + dm\,[v(t) - u]$

$$\Leftrightarrow \quad 0 = m(t)\,[v(t+\varepsilon) - v(t)] - dm\,u - \cancel{dm\,[v(t+\varepsilon) - v(t)]} \approx 0$$

quadr. klein!

Beschl. während $dt$ : $\quad v(t+dt) = v(t+\varepsilon) + dt\,\frac{1}{m}K$

eliminiere $v(t+\varepsilon)$ : $\quad 0 = m(t)\left[v(t+dt) - dt\,\frac{1}{m}K - v(t)\right] - dm\,u$

mal $1/dt$ : $\quad 0 = m(t)\left[\frac{v(t+dt) - v(t)}{dt} - \frac{1}{m}K\right] - \frac{dm}{dt}\,u$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{m\dot v + \dot m u = K}} \qquad (\text{lösen? später mal..})$$