

Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen)

Hausaufgaben Woche 14

21 - 25 Januar 2019

1. Zwei Zylinderspulen mit Radien von 3,4 cm bzw. 15,0 cm und mit 305 bzw. 1008 Windungen sind coaxial angeordnet. Beide Spulen sind 25 cm lang. Berechne die Gegeninduktivität.

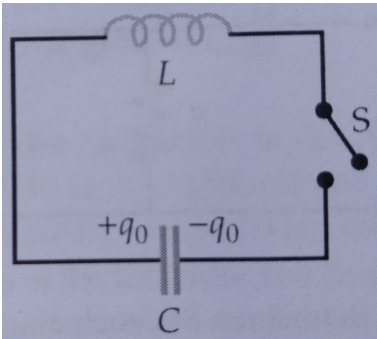
Lösung: Die Gegeninduktivität ist gegeben durch:

$$L_{12} = \frac{\Phi_{\text{mag}12}}{I_1} = \mu_0 \frac{n_2}{l} \frac{n_1}{l} l \pi r_1^2.$$

Setzen wir die bekannten Werten ein, bekommen wir:

$$L_{12} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \frac{1008}{25 \text{ cm}} \frac{305}{25 \text{ cm}} 25 \text{ cm} \pi (3,4 \text{ cm})^2 = 0,0056 \text{ H} = 5,6 \text{ mH}.$$

2. Die Abbildung zeigt einen Stromkreis mit einem Kondensator und einer Spule. Bei geöffnetem Schalter sei die Ladung auf der linken Kondensatorplatte gleich q_0 . Nun wird der Schalter geschlossen; Strom und Ladung schwanken dann zeitlich in Form einer Sinusfunktion.



Berechne die Ladung q und den Strom I als Funktion der Zeit und skizziere diese Kurven. Zeige, dass der Strom der Ladung um 90° vorseilt. (Bemerke, dass die Differentialgleichung $d^2X/dt^2 + KX = 0$ die folgende Lösung hat: $X(t) = X_0 \cos(\sqrt{K}t + \delta)$.)

Lösung: Wir wenden die Kirchhoff'sche Maschenregel auf die Schleife an, in der der Strom im Uhrzeigersinn fließt, und zwar unmittelbar nach dem Schließen des Schalters:

$$\frac{q}{C} = L \frac{dI}{dt} = 0.$$

Weil $I = dq/dt$, wird dies:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0,$$

und, deshalb:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Diese Gleichung hat die Lösung:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \delta),$$

mit $\omega = \sqrt{1/LC}$.

Weil $q(0) = q_0$, muss $\delta = 0$ sein, und deshalb bekommen wir:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t).$$

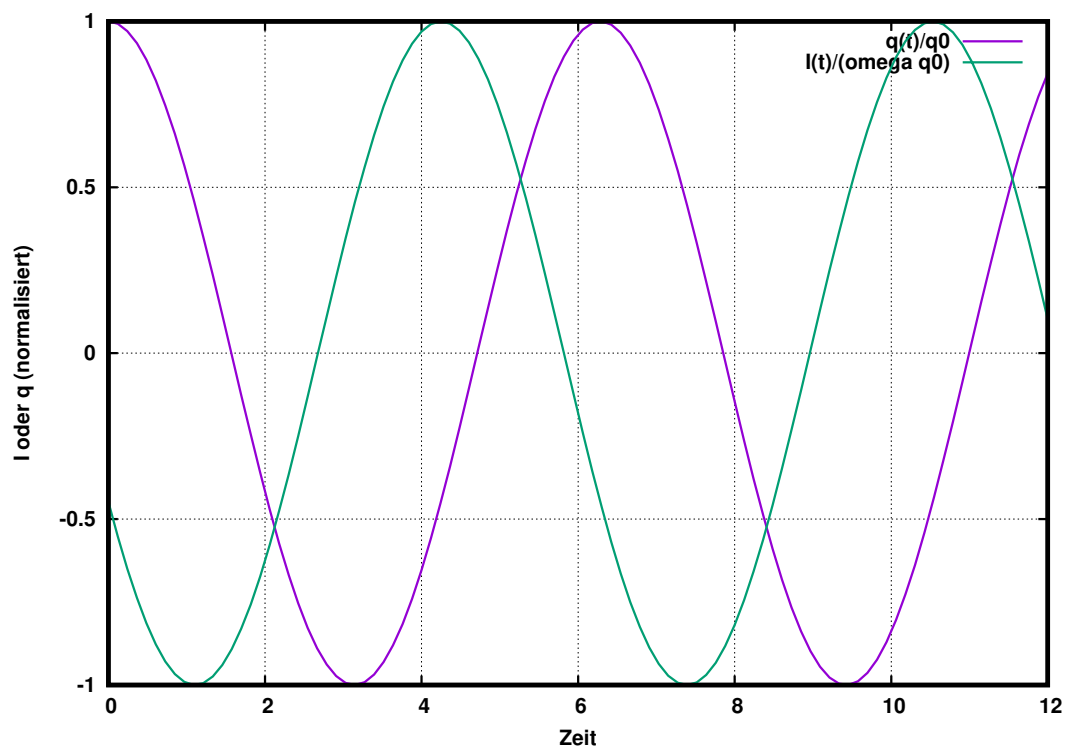
Hieraus bekommen wir die Stromstärke:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(q_0 \cos \omega t) = -\omega q_0 \sin(\omega t).$$

Weil $-\sin \alpha = \cos(\alpha + 90^\circ)$, können wir dies auch anders schreiben:

$$I = \omega q_0 \cos(\omega t + 90^\circ),$$

d.h. der Strom ist die Ladung 90° im voraus.



(Bemerke, dass die Einheiten auf der horizontalen Achse willkürlich sind und von ω abhängig sein sollten.)