

EINFÜHRUNGSBLOCK (INTEGRIERTER VORKURS)

WS 2023/24

Übungsblatt 7

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK.html>

Aufgabe 33

a) Berechnen Sie ohne Taschenrechner $\log_2(8)$, $\log_3(81)$, $\log_5(5^n)$ ($n \in \mathbb{N}$).

b) Lösen Sie die Gleichung $3^x \cdot 9^{(x^2)} = 81$ nach x .

Aufgabe 34

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktionen $f(x) := 1 + 2x + 3x^2$, $g(x) := \cos^2(x)$ und $h(x) := 1/x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$. Folgern Sie $(x^n)' = n x^{n-1}$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 35

Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x) := 2 - 3x^2$. Bestimmen und skizzieren Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$. **Hinweis:** Seite 6.6 in den Vorlesungsnotizen.

Aufgabe 36

Definieren und skizzieren Sie die Umkehrfunktion $\arccos(x) := \cos^{-1}(x)$ analog zum Beispiel auf Seite 6.7-8 der Vorlesungsnotizen.

– bitte wenden –

Aufgabe 37*

- a) Welche der Beispiele aus den Aufgaben 3, 10, 19, 30, 31 (soweit gelöst) sind gerade bzw. ungerade Funktionen?
- b) Welche dieser Beispiele sind monotone bzw. streng monotone Funktionen?
- c) Bestimmen Sie alle Funktionen $f(x)$, die sowohl gerade als auch ungerade sind.

Aufgabe 38*

Definieren und skizzieren Sie die Umkehrfunktion $\arctan(x) := \tan^{-1}(x)$ der in Aufgabe 10a) behandelten Tangensfunktion $\tan(x) := \sin(x)/\cos(x)$.

Aufgabe 39**

Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktionen der hyperbolischen Funktionen (siehe Aufgabe 31) gegeben sind durch:

a) $\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ (area sinus hyperbolicus).

Hinweis: auf beide Seiten der Gleichung \sinh anwenden.

b) $\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ (area cosinus hyperbolicus).

c) $\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ (area tangens hyperbolicus).

d) Auf welchen Intervallen sind diese Funktionen definiert?

e) Skizzieren Sie die Graphen dieser Funktionen.