

EINFÜHRUNGSBLOCK (INTEGRIERTER VORKURS)

WS 2023/24

Übungsblatt 6

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK.html>

Aufgabe 30

Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

$$f(x) = \exp(-x/2)$$

$$f(\tau) = \exp(-|\tau|)$$

$$f(x) = \frac{1}{\exp(x) + 1} \quad (\text{Fermi-Dirac-Funktion})$$

$$f(x) = \frac{1}{\exp(x) - 1} \quad (\text{Bose-Einstein-Funktion für } x > 0)$$

$$f(\omega) = \frac{\omega^3}{\exp(\omega) - 1} \quad (\text{Plancksches Strahlungsgesetz für } \omega > 0)$$

$$f(v) = v^2 \exp(-v^2) \quad (\text{Maxwell-Verteilung für } v = |\vec{v}| \geq 0)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$$

(Gauß-Verteilung mit Mittelwert $a \in \mathbb{R}$ und Standardabweichung $\sigma \in \mathbb{R}^+$)

Aufgabe 31

- a) Bestimmen Sie den Funktionswert für einige Argumente x und skizzieren Sie folgende sog. *hyperbolische Funktionen*:

$$\sinh(x) := \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2} \quad (\text{sinus hyperbolicus})$$

$$\cosh(x) := \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} \quad (\text{cosinus hyperbolicus})$$

- b*) Dasselbe für $\tanh(x) := \sinh(x)/\cosh(x)$ (tangens hyperbolicus)

- c) Schreiben Sie $\sinh(x)$ und $\cosh(x)$ als Potenzreihen.

– bitte wenden –

Aufgabe 32*

Zeigen Sie:

a) $\sinh(x + y) = \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y)$

Hinweis: $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$ verwenden.

b) $\cosh(x + y) = \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y)$

Bemerkung: a) und b) heißen Additionstheoreme für hyperbolische Funktionen.

c) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$

Hinweis: b) verwenden und beachten, dass $\cosh^2(x) := [\cosh(x)]^2$.

Bemerkung: Dies ist eine Art „Satz des Pythagoras“ für hyperbolische Funktionen.

d) $2 \cosh^2(x) = \cosh(2x) + 1$