

# EINFÜHRUNGSBLOCK (INTEGRIERTER VORKURS)

WS 2023/24

Übungsblatt 4

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK.html>

## Aufgabe 19

Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

$$f(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2} \quad (\text{Cauchy-Lorentz-Kurve})$$

$$\rho(\varphi) = 2\varphi^3 - \varphi - 1$$

$$\sigma(\chi) = \chi^4 - 3\chi^2 + 2$$

$$\tau(\psi) = \frac{1}{\psi - 1}$$

$$(*) \quad \epsilon(y) = \frac{y^2 - 1}{y - 1}$$

$$(*) \quad p(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

## Aufgabe 20

Betrachten Sie das in der Vorlesung definierte Vektorprodukt im Vektorraum  $\mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie für alle  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  und  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ , dass

a)  $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$

b)  $(\lambda \vec{u}) \times \vec{v} = \lambda(\vec{u} \times \vec{v})$

c)  $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$

d\*)  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$

e\*)  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$

– bitte wenden –

### Aufgabe 21\*

Zeigen Sie, dass die  $k$ -te Komponente  $v_k$  eines beliebigen Vektors  $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$  durch  $v_k = \vec{e}_k \cdot \vec{v}$  gegeben ist, und somit

$$\vec{v} = \sum_{k=1}^n (\vec{e}_k \cdot \vec{v}) \vec{e}_k$$

immer richtig ist.

### Aufgabe 22\*

Betrachten Sie drei Vektoren  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{v}$  eines Vektorraumes  $\mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie (am besten anhand eines Beispiels): aus  $\vec{u}_1 \cdot \vec{v} = \vec{u}_2 \cdot \vec{v}$  folgt *nicht* notwendigerweise  $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ .