

RECHENMETHODEN DER PHYSIK 2

SoSe 2024

Übungsblatt 8

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html>

Schriftlich abzugeben sind: 27, 28a-c

Aufgabe 27

Sei $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ hinreichend oft differenzierbar.

- Überlegen Sie, was mit $\Delta \vec{f}(\vec{x})$ gemeint sein könnte.
- Zeigen Sie: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{f}(\vec{x})) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{f}(\vec{x})) - \Delta \vec{f}(\vec{x})$.

Aufgabe 28

In dieser Aufgabe soll man wenn immer möglich den Integralsatz von Gauß verwenden.

- Berechnen Sie das Oberflächenintegral $\iint_{\partial V} d\vec{A} \cdot \vec{r}$ für ein beliebiges Volumen V .
- Lösen Sie Aufgabe 20a mittels Integralsatz von Gauß.
- Berechnen Sie für ein beliebiges Vektorfeld $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ und ein beliebiges Volumen V das Oberflächenintegral $\iint_{\partial V} d\vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{f}(\vec{r}))$. **Hinweis:** Aufgabe 9b.
- Zeigen Sie: $\int_V dV \vec{\nabla} \phi(\vec{x}) = \iint_{\partial V} d\vec{A} \phi(\vec{r})$.
Hinweis: Betrachten Sie $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{a} \phi(\vec{x})$ mit einem beliebigen $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$.

Aufgabe 29

Sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ hinreichend oft differenzierbar. Bestimmen Sie:

- $\vec{\nabla} \cdot (\vec{x} f(|\vec{x}|))$. Hinweis: Aufgaben 9c und 19b benutzen.
- $\vec{\nabla} \times (\vec{x} f(|\vec{x}|))$. Hinweis: Zeigen Sie zuerst $\vec{\nabla} \times (h(\vec{x})\vec{g}(\vec{x})) = h(\vec{x}) \vec{\nabla} \times \vec{g}(\vec{x}) - \vec{g}(\vec{x}) \times \vec{\nabla} h(\vec{x})$. Benutzen Sie diese Relation und Aufgabe 19b.
- $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{x} f(|\vec{x}|))$, wo $\vec{\omega} \in \mathbb{R}^3$. Hinweis: Aufgaben 9c und 19b.
- Für welche $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ist das Vektorfeld $\vec{x} f(|\vec{x}|)$, $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, $|\vec{x}| \neq 0$, quellenfrei?
Hinweis: Aufgabe 29a ausnutzen und analog zu Aufgabe 24b verfahren.