Rechenmethoden der Physik 2

SoSe 2024 — Übungsblatt 6

http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html

Schriftlich abzugeben sind: 20a, 21b-d

Aufgabe 20

Betrachten Sie die Kugeloberfläche $B \subset \mathbb{R}^3$, parametrisiert durch $\vec{r}(\vartheta,\varphi) = R\,(\vec{e}_1\,\sin\vartheta\,\cos\varphi + \vec{e}_2\,\sin\vartheta\,\sin\varphi + \vec{e}_3\,\cos\vartheta)$, $(\vartheta,\varphi) \in T = [0,\pi] \times [0,2\pi)$. Berechnen Sie analog zu S. 14.35 der Vorlesung das Oberflächenintegral $\iint\limits_B d\vec{A}\cdot\vec{f}(\vec{r})$ des Vektorfeldes

a) $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{e}_1\,4x_3 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3\,2x_1^2$

b) $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{x}\cdot f_r(|\vec{x}|)$ mit einer beliebigen Funktion $f_r : [0,\infty) \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 21

Betrachten Sie analog zu Aufg. 16 die „Rotationsfläche", die dadurch entsteht, dass man den Graphen G_f einer Funktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}_0^+$ „um die x-Achse rotieren lässt".

a) Machen Sie sich klar, dass $\vec{r} : T = [a,b] \times [0,2\pi) \to B \subset \mathbb{R}^3$, $(x,\varphi) \mapsto \vec{r}(x,\varphi) := \vec{e}_1\,x + \vec{e}_2\,f(x)\cos\varphi + \vec{e}_3\,f(x)\sin\varphi$ eine Parametrisierung dieser Fläche ist.

b) Folgern Sie daraus (und analog zu Aufg. 18), dass der Flächeninhalt der Rotationsfläche gegeben ist durch $2\pi\int_a^b dx\,f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}$

c) Berechnen Sie analog zu Aufg. 16b die Oberfläche eine Kugel mit Radius R.

d) Berechnen Sie die Mantelfäche eines Kegels.

e) Berechnen Sie Volumen und Oberfläche eines Rotationskörpers mit $f(x) = \sqrt{x}$.

Aufgabe 22

Berechnen Sie die Ableitung von $\int\limits_t^{2t^2} dy\,\frac{e^{yt}}{y}$ nach t. **Hinweis:** Aufgabe 17.