Rechenmethoden der Physik 2

SoSe 2024 — Übungsblatt 4

http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html

Schriftlich abzugeben sind: 13b, 14a-e

Aufgabe 13

Um einen Stromdurchflossenen Leiter entlang der z-Achse entsteht ein Magnetfeld (Vektorfeld) der Form $\vec{H}(\vec{x}) = \vec{e}_3 \times \vec{x}/(x_1^2 + x_2^2)$.

a) Skizzieren Sie dieses.

b) Betrachten Sie einen Kreisweg $\vec{r}(t) := R\,(\vec{e}_1 \cos t + \vec{e}_2 \sin t) + \vec{e}_3\, c$ mit beliebigen $R \in \mathbb{R}^+$, $c \in \mathbb{R}$, und berechnen Sie das Integral über den geschlossenen Weg (vgl. S. 14.21 in den Vorlesungsnotizen) $\oint_{\mathcal{C}} d\vec{r} \cdot \vec{H}(\vec{r}) = \int_0^{2\pi} dt\ \dot{\vec{r}}(t) \cdot \vec{H}(\vec{r}(t))$.

Aufgabe 14

Wir betrachten dieselbe Ebene E wir in Aufgabe 1a.

a) Wie lautet die zugehörige Ebenengleichung? **Hinweis:** S. 14.29 in der Vorlesung.

b) Bestimmen Sie einen Punkt $\vec{p}_1 \in E$ der Form $\vec{p}_1 = x_1\vec{e}_1$ (x-Achsenabschnitt), und analog die y- und z-Achsenabschnitte $\vec{p}_2$ und $\vec{p}_3$.

c) Bestimmen Sie einen Stützpunkt $\vec{r}_0 \in E$ und zwei Richtungsvektoren $\vec{a}_{1,2} \in E$. **Hinweis:** S. 14.27 in der Vorlesung.

d) Bestimmen Sie einen Normalenvektor $\vec{n}$ sowie die Hessesche Normalform von E (vgl. S. 14.29 der Vorlesung). Vergleichen Sie mit der Ebenengleichung aus a).

e) Bestimmen Sie den Abstand der Ebene zum Koordinatenursprung.

f) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von E mit der Geraden $\vec{r}(t) = 2\,\vec{e}_2 + t\,(\vec{e}_1 + \vec{e}_3)$.

Aufgabe 15

Begründen Sie die Integrationsregel $\int\limits_a^b dx_1 \int\limits_a^{x_1} dx_2\ f(x_1,x_2) = \int\limits_a^b dx_2 \int\limits_{x_2}^b dx_1\ f(x_1,x_2)\,.$

Aufgabe 16

Betrachten Sie den dreidimensionalen „Rotationskörper“, der dadurch entsteht, dass man den Graphen G_f einer Funktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}_0^+$ „um die x-Achse rotieren lässt“.

a) Drücken Sie das Volumen des Körpers mittels eines geeigneten Integrals über $f(x)$ aus.

b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius R.