

RECHENMETHODEN DER PHYSIK 2

SoSe 2024

Übungsblatt 3

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html>

Schriftlich abzugeben sind: 9a, 10, 12a

Aufgabe 9

Sei $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ bzw. $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ein beliebiges (zweimal stetig differenzierbares) Skalarfeld bzw. Vektorfeld. Ferner seien $\text{grad}(h(\vec{x}))$, $\text{div}(\vec{f}(\vec{x}))$ und $\text{rot}(\vec{f}(\vec{x}))$ wie in den Aufgaben 3 und 7 definiert. Zeigen Sie:

- $\text{rot}(\text{grad}(h(\vec{x}))) = \vec{0}$
- $\text{div}(\text{rot}(\vec{f}(\vec{x}))) = 0$
- $\text{div}(h(\vec{x}) \vec{f}(\vec{x})) = \text{grad}(h(\vec{x})) \cdot \vec{f}(\vec{x}) + h(\vec{x}) \text{div}(\vec{f}(\vec{x}))$

Aufgabe 10

Bestimmen Sie für die Kurve $\vec{r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, $x \mapsto \vec{r}(x) := \vec{e}_1 x + \vec{e}_2 f(x)$ (sog. ebene Bahn, parametrisiert durch x -Koordinate) im Fall $f(x) = \cosh(x)$, $x \in [0, a]$ die Bogenlänge.

Aufgabe 11

Betrachten Sie die Parabelbahn $\vec{r} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $t \mapsto \vec{e}_1 t + \vec{e}_2 t^2$ und das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{x}) = \vec{e}_1 x_1^2 x_2 + \vec{e}_2 x_2^2 + \vec{e}_3 \sin x_3$. Berechnen Sie die Arbeit $W_C = \int_C d\vec{r} \cdot \vec{F}(\vec{r})$ entlang der Raumkurve $C := \{\vec{r}(t) \mid t \in [0, 1]\}$.

Aufgabe 12

Betrachten Sie die Funktion $F(x) := \int_0^\infty dy e^{-xy} \sin(y)/y$.

- Zeigen Sie $F'(x) = -1/(1+x^2)$ indem Sie $\int_0^\infty dy e^{-xy} \sin(y)/y$ zuerst nach x ableiten, und dann das Integral ausführen. **Hinweis:** Seite 13.19 in den Vorlesungsnotizen.
- Berechnen Sie damit das Integral $\int_a^x dy F'(y) = F(x) - F(a)$.
Hinweis: RdP1, Aufgabe 9a oder Aufgabe 37b.
- Folgern Sie $\int_0^\infty dy \sin(y)/y = \pi/2$. **Hinweis:** $F(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \infty$.