

RECHENMETHODEN DER PHYSIK 2

SoSe 2024

Übungsblatt 2

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html>

Da wir in Rechenmethoden der Physik 2 noch nicht sehr weit sind, beziehen sich die meisten Aufgaben weiterhin auf den Inhalt von Rechenmethoden der Physik 1.

Schriftlich abzugeben sind: 5a, 6a, 7a, 8a

Aufgabe 5

Wie in Kap. 13.3 der Vorlesung betrachten wir folgende partielle Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial x^2} \quad (\text{sog. Wellengleichung}).$$

- Zeigen Sie: Jede Funktion $f(x, t)$ der Form $f(x, t) = g_1(x - ct) + g_2(x + ct)$ löst diese Gleichung für beliebige (zweimal differenzierbare) Funktionen $g_{1,2}(x)$.
- Diskutieren Sie das Resultat aus a) analog zu Kap. 13.3 der Vorlesung.

Aufgabe 6

- Bestimmen Sie das Integral $\int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^\pi dx_3 x_1 \cos(x_1 x_3) e^{-x_2}$ gemäß Kap 13.4.
- Was ist das Resultat von $\int_0^1 dx_2 \int_0^{x_2} dx_3 x_1^2 \cos(x_1 x_3) e^{x_1}$?

Aufgabe 7

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{f}(\vec{x}) := \begin{pmatrix} x_2^3 \\ x_1 \\ x_1 x_2 x_3 \end{pmatrix}$ mit $\vec{x} := (x_1, x_2, x_3)$. Bestimmen Sie

- Das Skalarfeld $\text{div}(\vec{f}(\vec{x})) := \frac{\partial}{\partial x_1} f_1(\vec{x}) + \frac{\partial}{\partial x_2} f_2(\vec{x}) + \frac{\partial}{\partial x_3} f_3(\vec{x})$ („Divergenz von \vec{f} “).
- Das Vektorfeld $\text{rot}(\vec{f}(\vec{x})) := \begin{pmatrix} \partial f_3(\vec{x})/\partial x_2 - \partial f_2(\vec{x})/\partial x_3 \\ \partial f_1(\vec{x})/\partial x_3 - \partial f_3(\vec{x})/\partial x_1 \\ \partial f_2(\vec{x})/\partial x_1 - \partial f_1(\vec{x})/\partial x_2 \end{pmatrix}$ („Rotation von \vec{f} “).

– bitte wenden –

Aufgabe 8

Betrachten Sie folgenden Weg im \mathbb{R}^2 : $\vec{r}(t) := \begin{pmatrix} t - \sin t \\ 1 - \cos t \end{pmatrix}$ (sog. Zyklode).

- a) Berechnen Sie die Bogenlänge S_C für $t \in I := [0, 2\pi]$.

Hinweis: Zeigen und benutzen Sie: $1 - \cos(2x) = 2 \sin^2(x)$.

- b) Machen Sie sich klar, dass $\vec{r}(t)$ die Bewegung eines Punktes auf der Peripherie eines (schupffrei) rollenden Rades mit Radius 1 beschreibt.

Hinweis: Suchen Sie auf Google nach "Was man mit Sinus und Kosinus z.B. macht: Zyklode" und schauen Sie sich das gefundene Video auf YouTube an.