

RECHENMETHODEN DER PHYSIK I

WS 2023/24

Übungsblatt 7

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP1.html>

Schriftlich abzugeben sind: 32-34, 36a

Aufgabe 32

Berechnen Sie folgende Integrale mittels partieller Integration:

a) $\int_0^\pi t \sin(t) dt$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} dx x^n e^{-|x|}$ für $n = 0, 1, 2$. **Hinweis:** Aufgabe 31.

Aufgabe 33

Berechnen Sie mittels Substitution (und eventuell partieller Integration):

a) $\int_0^1 dx \ln(3 - 2x)$

b) $\int_0^{\pi^2} d\omega \sin(\sqrt{\omega})$

Aufgabe 34

Berechnen Sie $\int_0^1 dx \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ mittels Partialbruchzerlegung.

Hinweis: Seite 11.22 in den Vorlesungsnotizen.

Aufgabe 35

Untersuchen Sie, für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ die (teilweise uneigentlichen) Integrale $\int_0^1 x^\alpha dx$ und $\int_1^\infty x^\alpha dx$ existieren, und berechnen Sie sie gegebenenfalls.

Aufgabe 36

a) Zeigen Sie, dass $\int_0^{2\pi} dx e^{inx} e^{-imx} = 2\pi \delta_{nm}$ (Kronecker-Symbol) für alle $n, m \in \mathbb{Z}$.

Hinweis: Vorlesung Kap. 11.4.

b) Zeigen Sie, dass $\int_0^{2\pi} dx \sin(nx) \sin(mx) = \pi \delta_{nm}$ für alle $n, m \in \mathbb{N}$.

Hinweis: $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$.

– bitte wenden –

Aufgabe 37

- a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ($|x| < 1$). **Hinweis:** Aufgabe 5.
- b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. **Hinweis:** Aufgabe 9b.
- c) Berechnen Sie damit das uneigentliche Integral $\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{1+x^2}$
- d) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. **Hinweis:** Aufgabe 9a.
- e) Folgern Sie $\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ (vgl. Aufgabe 39a des Vorkurses).