

# RECHENMETHODEN DER PHYSIK I

WS 2023/24

Übungsblatt 4

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP1.html>

Schriftlich abzugeben sind: 17a, 18, 19a, 20

## Aufgabe 16

Betrachten Sie  $f(x) := (x + y)^n$ , wo  $y \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  beliebig aber fest.

a) Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung von  $f(x)$  um 0.

b) Folgern Sie daraus den sog. binomischen Lehrsatz  $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$ ,  
wo  $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}$  (Binomialkoeffizienten).

## Aufgabe 17

Berechnen Sie mit Hilfe der Regel von de l'Hospital die Grenzwerte

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} P(x) e^{-\alpha x}$  für beliebige  $\alpha > 0$  und beliebige Polynome  $P(x)$ .

## Aufgabe 18

Bestimmen Sie die Lösung  $x, y \in \mathbb{C}$  des Gleichungssystems  $ix + 3y = 1$ ,  $2x + iy = 2i$ .

## Aufgabe 19

Zeigen Sie folgende Additionstheoreme für beliebige  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ :

a)  $\sin(z_1) \cos(z_2) \pm \cos(z_1) \sin(z_2) = \sin(z_1 \pm z_2)$

**Hinweis:**  $\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$ ,  $\sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ .

b)  $\cos(z_1) \cos(z_2) \pm \sin(z_1) \sin(z_2) = \cos(z_1 \mp z_2)$

c) Folgern Sie:  $\sin^2(z) + \cos^2(z) = 1$  für alle  $z \in \mathbb{C}$ .

## Aufgabe 20

Definieren Sie  $\sinh(z)$  und  $\cosh(z)$  für beliebige  $z \in \mathbb{C}$  genau so wie "im Reellen" und zeigen Sie:  $\cosh(iz) = \cos(z)$ ,  $\sinh(iz) = i \sin(z)$ .

– bitte wenden –

## Aufgabe 21

Zeigen Sie:  $(\exp(z))^* = \exp(z^*)$ ,  $(\cos(z))^* = \cos(z^*)$ ,  $(\sin(z))^* = \sin(z^*)$ . **Hinweis:** Aufgabe 15.