Übung Nr.1 (Präsenzübung)

1. Kinematik

Geben Sie die Orts-Zeit-Gesetze $\vec{r}(t)$ für die folgenden Bewegungen eines Massenpunktes an [für **i)** und **ii)**, sei $\vec{r}(t_0) \equiv \vec{r}_0$, $\vec{v}(t_0) \equiv \vec{v}_0$]:

i) gleichförmige geradlinige Bewegung;

ii) gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung $\vec{a}$;

iii) Kreisbewegung in der (x, y)-Ebene bei konstanter Winkelgeschwindigkeit[1] ω, wobei das Zentrum des Kreises (Radius R) im Nullpunkt des Koordinatensystems liegt. Sei $x(t_0) \equiv R$, $y(t_0) \equiv 0$. Geben Sie das Orts-Zeit-Gesetz in

a) kartesischen Koordinaten $\big(x(t), y(t)\big)$ und in

b) Zylinderkoordinaten $\big(r(t), \varphi(t)\big)$

an.

2. Massenpunkt im homogenen Schwerefeld

Ein Ball wird vom Boden unter einem Winkel α schräg nach oben geworfen. In der Entfernung a befindet sich eine Mauer der Höhe h. Wie groß muss die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = |\vec{v}_0|$ des Balles mindestens sein, damit er über die Mauer gelangt? Gibt es immer eine Lösung? (Vernachlässigen Sie die Luftreibung.)

3. Differentialgleichungen

i. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} = -\alpha_{\mathrm{R}}\dot{x}$$

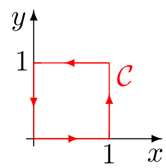
und diskutieren Sie die Geschwindigkeit.

ii. Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{v} = \mathrm{e}^{v} \ ?$$

4. Konturintegral

Sei die Vektorfunktion $\vec{f}$ definiert durch $\vec{f}(x, y) = (x + 2)y^2\,\vec{\mathrm{e}}_x + 4xy\,\vec{\mathrm{e}}_y$ und sei die in der (x, y)-Ebene liegende geschlossene Kurve $\mathcal{C}$ gegeben wie in der Skizze.



Berechnen Sie das Integral $\oint_{\mathcal{C}} \vec{f} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$

i. direkt;

ii. nach dem Stokes'schen Satz.

[1] Genauer ist ω der Betrag der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\,\vec{\mathrm{e}}_z$, mit dem Einheitsvektor $\vec{\mathrm{e}}_z$ entlang der z-Richtung.