

Übung Nr.1 (Präsenzübung)

Diskussionsthema: Geben Sie die Newton'schen Gesetze an.

1. Massenpunkt im homogenen Schwerfeld

Ein Ball wird unter einem Winkel α schräg nach oben geworfen. In der Entfernung a befindet sich eine Mauer der Höhe h . Wie groß muss die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Balles mindestens sein, damit er über die Mauer gelangt? Gibt es immer eine Lösung? (Vernachlässigen Sie die Luftreibung.)

2. Differentialgleichungen

i. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} = -\alpha\dot{x}$$

und diskutieren Sie die Geschwindigkeit.

ii. Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{v} = e^v ?$$

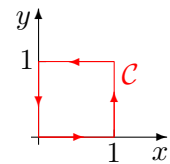
3. Konturintegral

Sei die Vektorfunktion \vec{f} definiert durch $\vec{f}(x, y) = (x + 2)y^2\vec{e}_x + 4xy\vec{e}_y$ und sei die in der (x, y) -Ebene liegende geschlossene Kurve \mathcal{C} gegeben wie in der Skizze.

Berechnen Sie das Integral $\oint_{\mathcal{C}} \vec{f} \cdot d\vec{l}$

i. direkt;

ii. nach dem Stokes'schen Satz.



4. Gedämpfter harmonischer Oszillator

Die Bewegungsgleichung für einen gedämpften 1-dimensionalen harmonischen Oszillator lautet

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + m\Omega^2x = 0.$$

i. Lösen Sie diese für vorgegebene Anfangswerte x_0 und v_0 für x und \dot{x} zur Zeit $t = 0$.

ii. Diskutieren Sie die beiden Fälle $\alpha/2m < \Omega$ (Schwingfall) und $\alpha/2m > \Omega$ (Kriechfall). Skizzieren Sie für jeden dieser Fälle eine typische Trajektorie $x(t)$.

iii. Wie lautet die Lösung im Grenzfall $\alpha/2m \rightarrow \Omega$? (Hinweis: Drücken Sie zunächst die Lösung für den Schwingfall durch Cosinus- und Sinus-Funktionen aus, und betrachten Sie dann diesen Grenzfall.)