

## Übung Nr. 9

**Diskussionsthema:** Retardierte Potentiale und Strahlung einer Punktladung.

### 26. Über die Zeit gemittelte Strahlungsleistung

Ein Teilchen der Ladung  $q$  bewege sich längs der  $z$ -Achse gemäß  $z(t) = z_0 \cos(\omega t)$ .

i. Zeigen Sie, dass die in das Raumwinkelement  $d^2\Omega$  abgestrahlte Leistung durch

$$\frac{d^2\mathcal{P}_0}{d^2\Omega} = \frac{c q^2 \hat{\beta}^4}{16\pi^2 \epsilon_0 z_0^2} \frac{\sin^2 \theta \cos^2(\omega t)}{[1 + \hat{\beta} \cos \theta \sin(\omega t)]^5}$$

gegeben ist, wobei  $\hat{\beta} = z_0 \omega / c$ .

ii. Zeigen Sie, dass für das zeitliche Mittel von Ihrem Resultat aus i.

$$\frac{d^2\mathcal{P}_0}{d^2\Omega} = \frac{c q^2 \hat{\beta}^4}{128\pi^2 \epsilon_0 z_0^2} \frac{4 + \hat{\beta}^2 \cos^2 \theta}{(1 - \hat{\beta}^2 \cos^2 \theta)^{7/2}} \sin^2 \theta$$

gilt, wobei  $|\hat{\beta}| < 1$  angenommen wird.

*Hinweis:* Das Resultat beruht auf der Berechnung eines Integrals, die Sie mithilfe von Mathematica durchführen können.

### 27. Strahlungsverlust in senkrechtem Magnetfeld

Ein Teilchen der Masse  $m$  und Ladung  $q$  bewege sich in einer Ebene senkrecht zu einem homogenen konstanten Magnetfeld, der Betrag der Feldstärke sei  $B$ .

i. Berechnen Sie die gesamte pro Zeiteinheit abgestrahlte Energie und drücken Sie diese durch die Größen  $m$ ,  $q$ ,  $c$ ,  $B$  sowie  $\gamma = E/(mc^2)$ , wobei  $E$  die Energie des Teilchens ist, aus.

ii. Zur Zeit  $t = 0$  habe das Teilchen die Gesamtenergie  $E_0 = \gamma_0 mc^2$ . Zeigen Sie, dass es zu einem Zeitpunkt  $t$  mit

$$t \approx \frac{6\pi\epsilon_0 m^3 c^3}{q^4 B^2} \left( \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_0} \right)$$

die Energie  $E = \gamma mc^2$  hat, sofern  $\gamma \gg 1$ .

### 28. Strahlungsverlust in Kreisbeschleunigern

Der Teilchenbeschleuniger mit der größten Teilchenenergie ( $7 \text{ TeV} = 7 \cdot 10^{12} \text{ eV}$ ), das Large Hadron Collider (LHC), ist ein Protonenbeschleuniger. Aus teilchenphysikalischen Gründen hätte man aber viel lieber einen Elektronenbeschleuniger gleicher Energie.

i. Um wieviel höher als im LHC ist die Energie, die in einem 7 TeV Elektronenbeschleuniger der gleichen Größe durch Strahlung verloren ginge?

ii. Der LHC hat einen Umfang von 27 km. Wie groß müsste man einen 7 TeV Elektronenbeschleuniger bauen, der den gleichen Energieverlust durch Strahlung hat wie der LHC?

*Hinweis:* Nehmen Sie der Einfachheit halber an, die Teilchen bewegten sich mit konstanter Energie auf Kreisbahnen.