Übung Nr. 13

37. Felder an Grenzflächen zwischen Materialien

Wir wollen das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern an Grenzflächen zwischen Materialien mit verschiedenen Permittivitäten und Permeabilitäten untersuchen. Dabei nehmen wir an, daß die frei beweglichen Ladungs- und Stromdichten an den Grenzflächen verschwinden.

i. Geben Sie die Stetigkeitsbedingungen für die Tangential- bzw. Normalkomponenten der Felder $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$ und $\vec{H}$ an einer Grenzfläche zwischen verschiedenen Materialen an.

ii. Leiten Sie aus den Stetigkeitsbedingungen die „Brechungsgesetze“ für die elektrischen bzw. magnetischen Feldlinien an Grenzflächen her.

38. Debye-Abschirmung

Wenn eine Ladung $+Ze$ am Ort $\vec{x}_0$ sitzt, genügt das elektrische Potential ϕ in einem Plasma der Gleichung

$$(-\triangle + k_{\mathrm{D}}^2)\phi(\vec{r}) = \frac{Ze}{\epsilon_0}\delta^{(3)}(\vec{r}-\vec{x}_0),$$

wobei k_{D}^2 das Debye-Wellenvektor-Quadrat bezeichnet. Zeigen Sie, dass die Lösung die Form

$$\phi(\vec{r}) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{\mathrm{e}^{-k_{\mathrm{D}}|\vec{r}-\vec{x}_0|}}{r}$$

hat.

Hinweis: Eine Möglichkeit wäre, die Gleichung zuerst im Fourier-Raum zu lösen und dann zurückzutransformieren.

39. Plasmawellen

Im Limes $\Gamma \to 0$ hat die relative dielektrische Funktion aus Aufgabe **35** vom Blatt 12 die Form $\epsilon_r(\omega) = 1 - \Omega^2/\omega^2$. Sei außerdem $\mu(\omega) = \mu_0$.

i. Zeigen Sie, dass dies zur Dispersionsrelation $\omega^2 = \Omega^2 + c^2\vec{k}^2$ führt.

ii. Skizzieren Sie die Phasengeschwindigkeit $v_P = \omega/k$ sowie die Gruppengeschwindigkeit $v_G = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k$ als Funktionen von ω und erläutern Sie die physikalischen Bedeutungen der Ergebnisse.

iii. Welche $\epsilon_r(\omega)$ bzw. $\mu(\omega)$ würde der Dispersionsrelation $\omega^2 = \omega_P^2 + c_s^2\vec{k}^2$ entsprechen?