Übung Nr. 10

29. Spiegelladungsmethode für leitende Kugeln

Betrachten Sie eine geerdete leitende Kugel mit Radius R und Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems. Eine Punktladung q sitze bei $\vec{x} = (0, 0, a)$, wobei $a > R$. Zeigen Sie, dass man mit Hilfe einer einzigen Spiegel-Ladung $q' = -qR/a$ bei $\vec{x}\,' = (0, 0, R^2/a)$ das Potential ϕ außerhalb der Kugel erhalten kann.

Hinweis: Landau–Lifschitz, Elektrodynamik der Kontinua, § 3.

30. Kapazität

Betrachten Sie ein System aus zwei Leitern 1 und 2, und drücken Sie die übliche Kapazität C [definiert durch $Q = C(\phi_2 - \phi_1)$, wobei die Ladungen auf den Leitern $\pm Q$ sind und ϕ_i deren Potentiale] durch die Kapazitätskoeffizienten C_{ij} aus.

Hinweis: Landau–Lifschitz, Elektrodynamik der Kontinua, § 2.

31. Kapazität eines leitenden Zylinders

i. Sei ein gleichförmig geladenes geradliniges Segment AB der Länge ℓ. Bestimmen Sie die Äquipotentialflächen. Was ist das elektrische Potential im Punkt $M = (x, y)$?
Der Koordinatenursprungspunkt O sei im Mittelpunkt des Segments, das längs der Achse Ox liegt.

ii. Jetzt wird ein leitender Zylinder $\mathscr{C}$ der Länge ℓ betrachtet, mit dem Radius $a \ll \ell$ und O im Mittelpunkt. Die Ladung Q ist gleichförmig verteilt auf der Oberfläche. Im Weiteren werden die Ladungen an den beiden Endquerschnitten vernachlässigt. Wir wollen das elektrostatische Feld bzw. Potential in einem Punkt M mit OM senkrecht zur Zylinderachse und $|OM| = r$ bestimmen.

(a) Sei $r \ll \ell$. Drücken Sie das Feld $\vec{E}(r)$ und das Potential $\phi(r)$ im Punkt M im Inneren bzw. außerhalb des Zylinders aus.

(b) Im Ausdruck des Potentials $V(r)$ stehen Konstanten, die sich bestimmen lassen, indem das Potential auf der Oberfläche von $\mathscr{C}$ berechnet wird. Setzen Sie dazu $\mathscr{C}$ dem in seinem Inneren eingeschriebenen Ellipsoid gleich und benutzen Sie das Resultat von **i.**

Hinweis: Berücksichtigen Sie die langgezogene Gestalt von $\mathscr{C}$!

(c) Jetzt wird angenommen, dass r groß genug ist, damit alle Abstände von M bis zu den Punkten des Abschnitts zwischen zwei unendlich benachbarten Querschnitten ungefähr gleichwertig sind. Berechnen Sie $V(r)$ in diesem Fall.

(d) Sei $\ell = 1$ m, $a = 0,05$ m, $Q = 25 \cdot 10^{-9}$ C. Stellen Sie $V(r)$ mit dem Resultat von **ii**(b) dar, dann mit dem Resultat von **ii**(c). Bestimmen Sie insbesondere $V(a)$, $V(\ell/2)$, $V(\ell)$, $V(2\ell)$. Was kann man über die Gültigkeit des Resultats von **ii**(b) sagen?

(e) Geben Sie einen annähernden Ausdruck der Kapazität des Zylinders.