Übung Nr. 1

1. Wiederholung zur Speziellen Relativitätstheorie

i. Die 4-Beschleunigung eines Punktteilchens mit 4-Geschwindigkeit u sei definiert durch

$$a^\mu \equiv \frac{\mathrm{d}u^\mu}{\mathrm{d}\tau},$$

wobei τ die Eigenzeit bezeichnet. Zeigen Sie, dass das 4-Skalarprodukt $a \cdot u$ verschwindet.

ii. Das Teilchen bewege sich in x^3-Richtung. Drücken Sie die Komponenten a^μ der 4-Beschleunigung im Bezugssystem, in dem das Teilchen ruht, durch die gewöhnliche 3-Beschleunigung $\vec{w}$ aus. Zeigen Sie, dass $a_\mu a^\mu = -\vec{w}^2$ gilt.

iii. Bestimmen Sie jetzt die Bahnkurve $x^3(t)$ (bzgl. eines festen Bezugssystems) eines Punktteilchens, das sich mit einer konstanten Beschleunigung $\vec{w}$ (bzgl. des momentanen Ruhesystems) in x^3-Richtung bewegt. Es sei $x^3 = \mathrm{d}x^3/\mathrm{d}t = 0$ zur Zeit $t = 0$.

iv. Um einen längeren Raumflug zu einem angenehmen Erlebnis zu machen, sollte man nicht auf die gewöhnliche Schwerkraft verzichten und in einem Raumschiff mit der konstanten Beschleunigung $w = 9,8$ m.s^{-2} reisen. Wie lange dauert eine Reise zur Andromedagalaxie (Entfernung $2,5 \cdot 10^6$ Lichtjahre) für die Reisenden?

2. Wiederholung zur Thermodynamik

Wir betrachten ein thermodynamisches System mit fester Teilchenzahl N. Es sei C_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck: $C_p = (\partial H/\partial T)_p$, mit H der Enthalpie. Verifizieren Sie die folgenden Identitäten:

$$C_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p = \frac{T}{C_p}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

Hinweis: Landau–Lifschitz, *Statistische Physik*, §16.

3. Beispiel einer stationären Strömung

Es sei eine im Bereich $x > 0, y > 0$ definierte stationäre Strömung, gegeben durch

$$\vec{v}(t, \vec{r}) = k(-x\,\vec{\mathrm{e}}_x + y\,\vec{\mathrm{e}}_y),$$

mit k einer positiven Konstante und $\vec{\mathrm{e}}_x$ bzw. $\vec{\mathrm{e}}_y$ dem Einheitsvektor in der x bzw. y-Richtung.

i. Bestimmen Sie die Stromlinien.

ii. Berechnen Sie die Beschleunigung $\vec{a}$ in jedem Punkt der Strömung mithilfe der in der Vorlesung gegebenen Formel und der Eulerschen Betrachtungsweise.

iii. Berechnen Sie die Beschleunigung in der Lagrangeschen Betrachtungsweise.