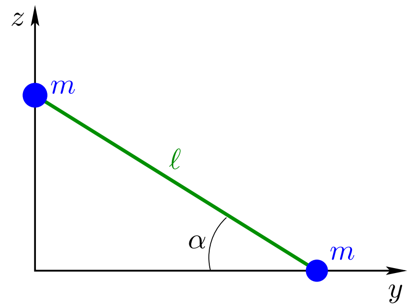
Übungsblatt Nr.7b (Präsenzübungen)

40. Zwei durch Stange verbundene Massen

Zwei identische Massen m sind durch eine starre masselose Stange der Länge ℓ verbunden. Die eine Masse kann sich reibungsfrei entlang der y-Achse, die andere entlang der z-Achse bewegen. Das ganze System liegt im Schwerefeld $-g\,\vec{e}_z$.

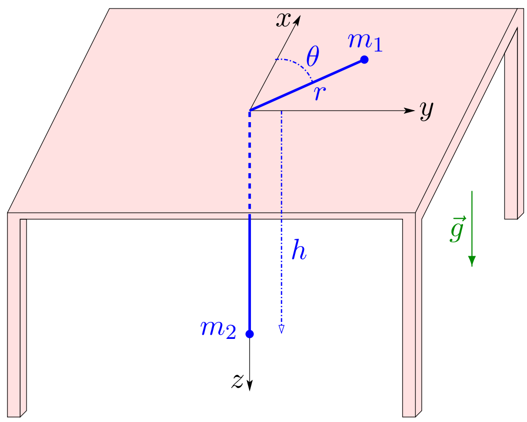


i. Wie viele Freiheitsgrade hat dieses System? Begründen Sie Ihre Antwort.

ii. Drücken Sie die Lagrange-Funktion des Systems durch den Winkel α (vgl. Zeichnung) aus und geben Sie die zugehörige Bewegungsgleichung an.

41. Zwei-Massen-System

Zwei (Punkt)Massen m_1 und m_2 befinden sich an den Enden eines masselosen Fadens mit fester Länge $\ell = r + h$, der durch ein Loch in einem horizontalen Tisch durchläuft. Die Masse m_1 bleibt in der (x, y)-Ebene des Tischs, auf welchem sie sich reibungslos bewegen kann; die Masse m_2 bewegt sich nur entlang der vertikalen, nach *unten* gerichteten z-Achse. Das ganze System liegt im Schwerefeld $\vec{g}$.



i. Wie viele Freiheitsgrade gibt es? Begründen Sie Ihre Antwort.

ii. Bestimmen Sie eine Lagrange-Funktion für das System.

iii. Wie lauten allgemein die Euler–Lagrange-Gleichungen? Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für den Winkel θ und für die Höhe h auf.

42. Rotierende Feder

Sei eine Feder mit Ruhelänge ℓ_0 und Federkonstante k. Ein Ende der Feder ist fest am Ursprungspunkt angebracht, am anderen Ende ist ein Massenpunkt m befestigt, der sich reibungsfrei in einer horizontalen Ebene bewegen kann. Das ganze Problem ist zweidimensional, d.h. sowohl die Masse als auch die Feder bleiben in dieser horizontalen Ebene.

i. Wie lauten die Lagrange-Funktion und die Bewegungsgleichungen?

ii. Welche Symmetrien und Erhaltungssätze gibt es?

iii. Betrachten Sie eine Bewegung des Massenpunkts mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$. Welche Länge hat die Feder dabei?

iv. Betrachten Sie jetzt kleine Abweichungen von dieser Bewegung. Dann weicht die Länge der Feder um eine kleine Größe $\delta\ell(t)$ von der Länge aus Frage **iii.** ab. Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz der kleinen Schwingungen.