Übungsblatt Nr.3b (Präsenzübungen)

15. Linear beschleunigtes Bezugssystem

Ein Bezugssystem $\mathcal{B}'$ bewege sich mit der Geschwindigkeit $\vec{u}(t) = (u_0 - at)\vec{e}_x$ relativ zu einem Inertialsystem $\mathcal{B}_\mathrm{I}$, wobei die Beschleunigung $-a$ konstant ist. Die Bahnkurve eines Massenpunkts bezüglich $\mathcal{B}'$ bzw. $\mathcal{B}_\mathrm{I}$ wird mit $\vec{x}'(t)$ bzw. $\vec{x}(t)$ bezeichnet.

i. Wie hängt die in $\mathcal{B}'$ beobachtete Beschleunigung $\mathrm{d}^2\vec{x}'(t)/\mathrm{d}t^2$ mit der Beschleunigung $\mathrm{d}^2\vec{x}(t)/\mathrm{d}t^2$ relativ zu $\mathcal{B}_\mathrm{I}$ zusammen?

ii. Für Zeiten $t \leq 0$ ruht der Massenpunkt (Masse m) relativ zu $\mathcal{B}'$. Zur Zeit $t = 0$ wird er losgelassen, und er fällt dann in einem Schwerefeld $-g\,\vec{e}_z$. Wie lautet die Bewegungsgleichung für $\vec{x}'(t)$? Können Sie die in $\mathcal{B}'$ beobachtete Bahnkurve anhand eines einfachen Arguments raten? oder sogar berechnen?

16. Coulomb-Potential

Sei ein System aus Punktladungen mit elektrischen Ladungen $\{q_a\}$. Die Coulomb-Kraft, die die b-te Punktladung auf die a-te ausübt, lautet

$$\vec{F}_{b\to a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_a q_b}{|\vec{r}_a - \vec{r}_b|^2}\,\vec{e}_{ba},$$

wobei $\vec{e}_{ba} \equiv (\vec{r}_a - \vec{r}_b)/|\vec{r}_a - \vec{r}_b|$ den Einheitsvektor entlang des Abstandsvektors der beiden Punktladungen bezeichnet.

Warum ist diese Kraft konservativ? Bestimmen Sie die zugehörige potentielle Energie V_{ab}, definiert durch $\vec{F}_{b\to a} = -\vec{\nabla}_a V_{ab}$, wobei $\vec{\nabla}_a$ den Gradienten relativ zum Ortsvektor $\vec{r}_a$ bezeichnet.

17. Punktladung mit Reibung und Lorentz-Kraft

Eine Punktladung (Masse m, Ladung q) erfahre die Reibungskraft $-m\gamma\vec{v}$, sowie ein Magnetfeld $\vec{B} = B(t)\,\vec{e}_z$ mit genau einer solchen Stärke und zeitlicher Abnahme, dass sie auf einer Kreisbahn (Radius R) bleibt. Die Bahnkurve der Punktladung wird durch $\vec{x}(t) = R\big[C(t)\,\vec{e}_x + S(t)\,\vec{e}_y\big]$ mit $C(t) \equiv \cos[f(t)]$ und $S(t) \equiv \sin[f(t)]$ beschrieben, die Anfangsbedingungen seien $f(0) = 0$ und $\vec{v}(0) = v_0\,\vec{e}_y$. Bestimmen Sie $f(t)$ und $B(t)$.

Hinweis: Im Magnetfeld erfährt die Punktladung die Lorentz-Kraft $\vec{F}_\mathrm{L}(t) = q\vec{v}(t) \times \vec{B}(t)$, wobei sich die Geschwindigkeit aus der angegebenen Zeit-Ort-Funktion ableiten lässt.