Übungsblatt Nr.2b (Präsenzübungen)

8. Konservative Kraftfelder

i. Ist das folgende für $r \neq 0$ definierte (in Kugelkoordinaten gegebene) Kraftfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an (μ ist eine Konstante).

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{\mathrm{e}^{-\mu r}}{r^2}(1+\mu r)\,\vec{\mathrm{e}}_r. \tag{1}$$

ii. Ist das folgende außer auf der z-Achse definierte Kraftfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an. (Hinweis: Betrachten Sie die Arbeit entlang eines Weges, der die z-Achse umschließt.)

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{x^2+y^2}\begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

9. Bewegung mit Reibung

Eine Punktladung mit Masse m und elektrischer Ladung q bewegt sich in einem zeitunabhängigen und homogenen elektrischen Feld $\vec{E} = -E\,\vec{\mathrm{e}}_z$. Sie unterliegt einer Reibungskraft $\vec{F}_\mathrm{R} = -m\gamma_\mathrm{R}\vec{v}(t)$ mit $\gamma_\mathrm{R} > 0$. Zur Zeit $t = 0$ hat der Massenpunkt die Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{\mathrm{e}}_z$ mit $v_0 > 0$.

i. Wie lautet die Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ des Massenpunktes? Welche physikalischen Gesetze haben Sie beim Aufstellen der Gleichung benutzt?

Hinweis: Zur Erinnerung übt ein elektrisches Feld $\vec{E}$ die Kraft $q\vec{E}$ auf eine Ladung q aus. Sie dürfen die Schwerkraft auf die Punktladung vernachlässigen.

ii. Wie würden Sie die Gleichung aus Frage **i.** lösen? (Sie können die Schritte der Lösung skizzieren... oder sogar die Gleichung lösen!)

10. Bewegung mit Reibung (2)

In der Vorlesung (13.10.) wurde die Bewegung einer Punktmasse m unter dem Einfluss der Schwerkraft $m\vec{g}$ und der Stokes'schen Reibungskraft $-\gamma_\mathrm{R} m\vec{v}(t)$ untersucht: wenn der Massenpunkt zur Zeit t_0 sich in $\vec{x}_0$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ befindet, lautet seine Geschwindigkeit bzw. Position zur Zeit t

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0\,\mathrm{e}^{-\gamma_\mathrm{R}(t-t_0)} + \frac{1-\mathrm{e}^{-\gamma_\mathrm{R}(t-t_0)}}{\gamma_\mathrm{R}}\vec{g} \tag{3}$$

bzw.

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \frac{1-\mathrm{e}^{-\gamma_\mathrm{R}(t-t_0)}}{\gamma_\mathrm{R}}\vec{v}_0 + \frac{\gamma_\mathrm{R}(t-t_0)+\mathrm{e}^{-\gamma_\mathrm{R}(t-t_0)}-1}{\gamma_\mathrm{R}^2}\vec{g}. \tag{4}$$

Welche Form nehmen $\vec{v}(t)$ und $\vec{x}(t)$ im reibungsfreien Grenzfall $\gamma_\mathrm{R} \to 0$ an?

Hinweis: Taylor-Entwicklung! Fangen Sie mit $\vec{v}(t)$ an.

11. Rutschbahn

In einem Schwimmbad rutscht jemand reibungsfrei eine spiralförmige Rutschbahn hinunter. Die Spirale hat den Radius R und drei volle Windungen auf einem Höhenunterschied h. Berechnen Sie die Bahnkurve $\vec{x}(t)$ in einem geeignet gewählten kartesischen Koordinatensystem.

Hinweis: Benutzen Sie Energieerhaltung.

Ist der Zettel zu kurz? zu lang? Sagen Sie Ihrem Tutor!