

Übungsblatt Nr.2a (Hausübungen)

Diskussionsthemen:

- Newton'sche Gesetze
- Wie ist die Arbeit einer Kraft definiert? Was ist ein konservatives Kraftfeld? Was wissen Sie über die Arbeit einer konservativen Kraft?

*5. Konservative Kraftfelder [12 Punkte]

- a)** Erklären Sie den Unterschied zwischen den Kraftfeldern $\vec{F}(\vec{r}) = f(\vec{r})\vec{r}$ und $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$, wobei $r \equiv \|\vec{r}\|$.
 - b)** Beweisen Sie, dass das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$ konservativ ist.
 - c)** Berechnen Sie das Potential für $f(r) = -\alpha r^2$. Im Koordinatenursprung soll das Potential null sein.
- \vec{a}, \vec{b} seien konstante Vektoren. Welche Bedingungen müssen diese erfüllen, damit das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = (\vec{a} \cdot \vec{r})\vec{b}$ konservativ ist?

*6. Nabla-Operator [8 Punkte]

- Berechnen Sie $\vec{\nabla} r$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ und $\vec{\nabla} \times \vec{r}$.
- Die Graßmann-Identität („bac-cab Regel“) lautet

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}).$$

Prüfen Sie (unter Verwendung von der Identität $\epsilon^{ijk}\epsilon^{ilm} = \delta^{jl}\delta^{km} - \delta^{jm}\delta^{kl}$, mit Summationskonvention), ob sie in dieser Form auch für $\vec{a} \times (\vec{\nabla} \times \vec{c})$ gilt.

Zur Erinnerung bezeichnet ϵ^{ijk} bzw. δ^{ij} das Levi-Civita- bzw. Kronecker-Symbol.

7. Differentialgleichungen

- Lösen Sie die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} = -\alpha_{\text{R}}\dot{x}$$

und diskutieren Sie die Geschwindigkeit.

- Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{v} = e^v ?$$

Die Lösung der mit einem Sternchen gekennzeichneten Aufgaben ist vor Mittwoch, dem 19. Oktober (11:59) im LernraumPlus abzugeben.