

Übungsblatt Nr.13b (Präsenzübungen)

80. Magnetisches Dipolmoment und Drehimpuls

Sei eine Stromverteilung bestehend aus N identischen bewegten Punktladungen mit Masse m und elektrischer Ladung q .

- i. Drücken Sie die Stromdichte $\vec{j}_{\text{el.}}(t, \vec{r})$ durch die Positionen und Geschwindigkeiten $\vec{x}_a(t)$ bzw. $\vec{v}_a(t)$ der Punktladungen aus.
- ii. Die letzteren bewegen sich entlang einer geschlossenen Kurve. Zeigen Sie, dass das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}$ der Stromverteilung proportional zum Gesamtdrehimpuls \vec{L} der Punktladungen ist.

81. Plattensender

Ein „Plattensender“ erzeugt rechts und links der Ebene $x = 0$ das elektrische Feld

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = E_0[\Theta(x) \cos(kx - \omega t) + \Theta(-x) \cos(kx + \omega t)]\vec{e}_y. \quad (1)$$

Dabei ist $\Theta(x)$ die Stufenfunktion (Heaviside-Funktion) und $\omega = ck$.

- i. Zeigen Sie, dass dieses Feld die Maxwell–Gauß-Gleichung im ladungsfreien Bereich $x \neq 0$ erfüllt.
- ii. Geben Sie einen Ausdruck für das Magnetfeld $\vec{B}(t, \vec{r})$ für $x \neq 0$ an.

Hinweis: Maxwell–Faraday-Gleichung

- iii. Berechnen Sie, welche Stromdichte $\vec{j}_{\text{el.}}(t, \vec{r})$ man braucht, um dieses Feld zu erzeugen

Hinweis: Maxwell–Ampère-Gleichung

82. Faraday-Gesetz

Laut der Maxwell–Faraday-Gleichung induziert die zeitliche Änderung einer zeitabhängigen magnetischen Induktion $\vec{B}(t, \vec{r})$ ein elektrisches Feld $\vec{E}(t, \vec{r})$. Zeigen Sie, dass das letztere durch

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\vec{B}(t, \vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}'$$

gegeben ist, wobei $\rho_{\text{el.}}(t, \vec{r}) = 0$ angenommen wird.

Hinweis: Erinnern Sie sich an die Herleitung des Biot–Savart-Gesetzes.