

Übungsblatt Nr.12a (Hausübungen)

Diskussionsthemen:

- Was sind die Grundgleichungen der Elektrostatik? das Gaußsche Gesetz?
- Was sind Greensche Funktionen? orthonormierte Funktionen?
- Was ist die Multipolentwicklung?

*71. Elektrisch geladene Platte [12 Punkte]

i. Eine homogen geladene, unendlich dünne und ausgedehnte ebene Platte mit elektrischer Ladung pro Flächeneinheit σ_{el} befinde sich in der (x, y) -Ebene. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ in jedem Punkt

- a) anhand des Gaußschen Gesetzes;
- b) anhand eines Integrals (*Hinweis*: wählen Sie „gute“ Koordinaten in der (x, y) -Ebene!).
- c) Wie verhält sich das Feld bei $z = 0$?

ii. Folgern Sie aus den Ergebnissen aus i. das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ in jedem Punkt $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$. Welche Schwierigkeit tritt auf, wenn Sie versuchen, dieses Potential anhand eines Integrals zu berechnen?

iii. Betrachten Sie jetzt eine Anordnung mit zwei parallelen, homogen geladenen, unendlich dünnen und ausgedehnten Platten: die erste, mit elektrischer Ladung pro Flächeneinheit $+\sigma_{\text{el}}$, befindet sich bei $z = -d/2$ mit $d > 0$; die zweite, mit elektrischer Ladung pro Flächeneinheit $-\sigma_{\text{el}}$, befindet sich bei $z = +d/2$. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ in jedem Punkt $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ mit $|z| \neq d/2$, sowie das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ in jedem Punkt $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$.

Hint: Mit dem richtigen Argument (Stichwort!) sind die Berechnungen nur eine Zeile lang.

*72. Potentielle Energie einer geladenen Vollkugel [8 Punkte]

Bestimmen Sie die potentielle Energie V einer gleichförmig geladenen Vollkugel (Radius R , Gesamtladung Q)

- i. anhand des elektrostatischen Potentials Φ ;
- ii. anhand des elektrostatischen Feldes \vec{E} .

Hint: Sie haben Φ und \vec{E} schon in Aufgabe 63. bestimmt.

73. Multipolentwicklung

Wie transformieren die Gesamtladung Q , das elektrische Dipolmoment \vec{P} (erstens bei $Q \neq 0$, dann bei $Q = 0$) und die elektrischen Quadrupolmomente Q^{ij} (bei $Q = 0$ und $\vec{P} = \vec{0}$) einer Ladungsverteilung $\rho_{\text{el.}}(\vec{r})$ unter Translationen des Koordinatenursprungs?

74. Ladungsverteilung

Das elektrostatische Potential einer bestimmten Ladungsverteilung sei gegeben für $r \equiv |\vec{r}| > 0$ durch

$$\Phi(\vec{r}) = A \frac{e^{-r/r_0}}{r} \quad (1)$$

mit Konstanten A und $r_0 > 0$. Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$, die Ladungsdichte $\rho_{\text{el.}}(\vec{r})$ (im ganzen Raum) und die Gesamtladung Q .