

Übungsblatt Nr.11b (Präsenzübungen)

67. Potentielle Energie einer elektrisch geladenen Kugelschale

Bestimmen Sie die potentielle Energie V einer gleichförmig geladenen, unendlich dünnen ruhenden Kugelschale mit Gesamtladung Q und Radius R .

Hinweis: Dafür brauchen Sie entweder das elektrostatische Potential Φ an der Oberfläche der Kugel, oder das elektrische Feld im ganzen Raum.

68. Greensche Funktion

Wir betrachten die inhomogene lineare gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dy(t)}{dt} + \gamma y(t) = F(t), \quad (1)$$

wobei die „Quelle“ $F(t)$ eine stetige Funktion ist.

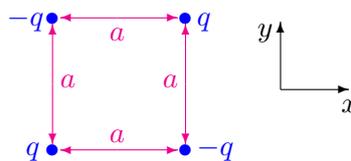
i. Prüfen Sie nach, dass die Greensche Funktion zum Differentialoperator auf der linken Seite der Gl. (1) durch $G(t, t') = e^{-\gamma(t-t')} \Theta(t-t')$ gegeben ist, wobei Θ die Heaviside-Funktion ist.

ii. Geben Sie die allgemeine Lösung $y(t)$ zur Differentialgleichung (1) an. Wie lautet die Lösung, welche die Anfangsbedingung $y(t_0) = y_0$ erfüllt?

Hinweis: Im Rahmen dieser Aufgabe macht es Sinn, eine spezielle Lösung von (1) mithilfe der Greenschen Funktion aus i. zu schreiben. Alternativ können Sie andere Kenntnisse aus der Vorlesung *Rechenmethoden der Physik* (Stichwort: „Variation der Konstanten“) benutzen, um auf das Ergebnis zu kommen.

69. Multipolentwicklung

Berechnen Sie die Gesamtladung Q , das elektrische Dipolmoment \vec{P} und die kartesischen Komponenten Q^{ij} des elektrischen Quadrupoltensors \mathbf{Q} für die unten dargestellte Anordnung (Sie können den Nullpunkt des Koordinatensystems im Zentrum des Quadrats nehmen).



70. Rotationssymmetrisches Feld

Sei in einem ladungsfreien Gebiet ein elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r}) = E_r(\vec{r}) \vec{e}_r(\vec{r}) + E_z(\vec{r}) \vec{e}_z$ mit Rotationssymmetrie um die z -Achse, wobei \vec{e}_r bzw. \vec{e}_z den Einheitsvektor in radialer bzw. z -Richtung bezeichnet. Zeigen Sie, dass in der Umgebung der z -Achse gilt

$$E_r(\vec{r}) \simeq -\frac{r}{2} \frac{\partial E_z}{\partial z}.$$

Hinweis: Mit dem richtigen Argument ist die Lösung weniger als 5 Zeilen lang!

Frohe Weihnachtsfeiertage und einen guten Rutsch!