

Übungsblatt Nr.11a (Hausübungen)

Diskussionsthema: Was sind die Grundgleichungen der Elektrostatik? das Gaußsche Gesetz?

***63. Elektrisch geladene Vollkugel** [5 Punkte]

Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und das elektrische Potential $\Phi(\vec{r})$ einer homogen geladenen Vollkugel mit Radius R und Gesamtladung Q .

***64. Elektrisch geladener Stab** [15 Punkte]

Gesucht ist das elektrostatische Potential eines homogen geladenen und unendlich dünnen geraden Stabes mit elektrischer Ladung pro Längeneinheit λ_{el} . (Wählen Sie die z -Achse in Richtung des Stabes).

i. Betrachten Sie zunächst einen unendlich langen Stab.

Nutzen Sie die Symmetrie des Problems aus, um den Fluss des elektrischen Feldes durch einen endlich hohen Zylinder, der symmetrisch um den Stab herum liegt, zu berechnen. Bestimmen Sie daraus das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und das Potential $\Phi(\vec{r})$.

ii. Betrachten Sie nun einen Stab der Länge $2a$ mit Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems.

a) Geben Sie die Ladungsdichte in kartesischen Koordinaten an und bestimmen Sie daraus das Potential $\Phi(\vec{r})$. Erhalten Sie für das Ergebnis im Limes $a \rightarrow \infty$ wieder das Potential aus **i.**?

b) Wie ergibt sich im Grenzfall $a \rightarrow 0$ das Coulomb-Potential (bei fester Gesamtladung $Q = 2a\lambda$)?

iii. Sei nun angenommen, dass der Stab nicht unendlich dünn ist, sondern ein unendlich langer, homogen geladener Vollzylinder mit Radius b und Achse gleich der z -Achse. Bestimmen Sie das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$.

(Die elektrische Ladungsverteilung des Zylinders kann entweder durch eine Ladung pro Längeneinheit λ_{el} oder durch eine Ladung pro Volumeneinheit ρ_{el} charakterisiert werden.)

65. Elektrische Felder

In der Aufgabe **61.ii** haben Sie die Ladungsdichte einer unendlich dünnen, homogen geladenen kreisförmigen Schleife gefunden. Sei λ_{el} die Linienladungsdichte (= Ladung pro Längeneinheit) der Schleife.

i. Sei angenommen, dass die Schleife (mit Radius r) in der (x, y) -Ebene liegt. Bestimmen Sie (anhand eines Integrals) das elektrische Feld \vec{E} in einem Punkt im Abstand z oberhalb des Zentrums des Kreises.

ii. Benutzen Sie das Ergebnis aus **i.**, um das elektrische Feld in einem Punkt im Abstand z oberhalb des Zentrums einer flachen kreisförmigen Scheibe mit Radius R , die eine gleichförmige Flächenladungsdichte σ_{el} trägt, zu bestimmen. Welches Ergebnis liefert Ihre Formel im Limes $R \rightarrow \infty$?

66. Heaviside-Funktion

Welche Darstellung $\Theta_\epsilon(x)$ der Heaviside-Funktion $\Theta(x)$ lässt sich aus $\tanh(x)$ basteln? Leiten Sie daraus eine Darstellung δ_ϵ der δ -Distribution ab.