Übungsblatt Nr.1 (Präsenzübungen)

1. Kinematik

Geben Sie die Orts-Zeit-Gesetze $\vec{r}(t)$ für die folgenden Bewegungen eines Massenpunktes an [für **i)** und **ii)**, sei $\vec{r}(t_0) \equiv \vec{r}_0$, $\vec{v}(t_0) \equiv \vec{v}_0$]:

i) gleichförmige geradlinige Bewegung;

ii) gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung $\vec{a}$;

iii) Kreisbewegung in der (x, y)-Ebene bei konstanter Winkelgeschwindigkeit[1] ω, wobei das Zentrum des Kreises (Radius R) im Nullpunkt des Koordinatensystems liegt. Sei $x(t_0) \equiv R$, $y(t_0) \equiv 0$. Geben Sie das Orts-Zeit-Gesetz in

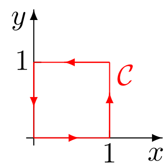
a) kartesischen Koordinaten $\big(x(t), y(t)\big)$ und in

b) Zylinderkoordinaten $\big(r(t), \varphi(t)\big)$

an.

2. Linienintegral

Sei die Vektorfunktion $\vec{f}$ definiert durch $\vec{f}(x, y) = (x + 2)y^2\,\vec{e}_x + 4xy\,\vec{e}_y$ und sei die in der (x, y)-Ebene liegende geschlossene Kurve $\mathcal{C}$ gegeben wie in der Skizze.



Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\oint_{\mathcal{C}} \vec{f} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$

i. direkt;

ii. nach dem Stokes'schen Satz.

3. Drehungen

Welche der folgenden Matrizen stellen eine Drehung dar?

$$(a) \quad M_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (b) \quad M_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad M_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (d) \quad M_4 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{2} & 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Massenpunkt im homogenen Schwerefeld

Ein Ball wird vom Boden unter einem Winkel α schräg nach oben geworfen. In der Entfernung d befindet sich eine Mauer der Höhe h. Wie groß muss die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = |\vec{v}_0|$ des Balles mindestens sein, damit er über die Mauer gelangt? Gibt es immer eine Lösung? (Vernachlässigen Sie die Luftreibung.)

[1] Genauer ist ω der Betrag der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\,\vec{e}_z$, mit dem Einheitsvektor $\vec{e}_z$ entlang der z-Richtung.