1. Massenpunkt auf einem Kegel (40 P.)

i. Vorbereitung (9 P.)

a) **(5 P.)** Die Euler–Lagrange-Gleichungen lauten

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q^\alpha} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}^\alpha} \quad \forall \alpha \tag{1}$$

mit der Lagrange-Funktion $\mathcal{L}$ und den verallgemeinerten Koordinaten q^α und Geschwindigkeiten $\dot{q}^\alpha$.

Diese Gleichungen können aus dem *Hamilton-Prinzip* (Extremalprinzip) hergeleitet werden: für die physikalisch realisierte Bewegung ist die Wirkung

$$S \equiv \int_{t_a}^{t_b} \mathcal{L}\big(t, \{q^\alpha(t)\}, \{\dot{q}^\alpha(t)\}\big)\,\mathrm{d}t$$

extremal.

b) **(4 P.)** Der zu einer verallgemeinerten Koordinate q^α kanonisch konjugierte Impuls wird durch

$$p_\alpha \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}^\alpha} \tag{2}$$

gegeben. Dann ist die Hamilton-Funktion des Systems

$$\mathcal{H} \equiv \sum_\alpha p_\alpha \dot{q}^\alpha - \mathcal{L}. \tag{3}$$

Die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen lauten

$$\dot{q}^\alpha = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_\alpha} \quad , \quad \dot{p}_\alpha = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q^\alpha}. \tag{4}$$

ii. Lagrange-Formalismus (13 P.)

a) **(3 P.)** Insgesamt kann ein Massenpunkt 3 (Translations-)Freiheitsgrade haben. Hier stellt die Bedingung, dass die Masse auf dem Kegel bleibt, eine Zwangsbedingung dar, so dass es nur $2 = 3-1$ Freiheitsgrade gibt.

b) **(6 P.)** In einem kartesischen System lauten die Koordinaten des Massenpunkts

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta, \quad z = r/\tan\alpha,$$

mit dem Winkel θ von polaren Koordinaten in der (x, y)-Ebene. Dies liefert die Geschwindigkeit

$$\dot{x} = \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta, \quad \dot{y} = \dot{r}\sin\theta + r\dot{\theta}\cos\theta, \quad \dot{z} = \dot{r}/\tan\alpha$$

und somit die kinetische Energie

$$T = \frac{1}{2}m\big(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\big) = \cdots = \frac{1}{2}m\big(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{z}^2\big) = \frac{1}{2}m\left[\left(1 + \frac{1}{\tan^2\alpha}\right)\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right],$$

d.h. noch

$$T = \frac{1}{2}m\left(\frac{\dot{r}^2}{\sin^2\alpha} + r^2\dot{\theta}^2\right).$$

Zum anderen ist die potentielle Energie

$$V = mgz = \frac{mgr}{\tan\alpha}.$$

Insgesamt lautet die Standard-Lagrange-Funktion des Systems

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2}m\left(\frac{\dot{r}^2}{\sin^2\alpha} + r^2\dot{\theta}^2\right) - \frac{mgr}{\tan\alpha}. \tag{5}$$

c) **(4 P.)** Die entsprechenden Euler–Lagrange-Bewegungsgleichungen sind einerseits

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{r}} \quad\Leftrightarrow\quad mr\dot{\theta}^2 - \frac{mg}{\tan\alpha} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m\dot{r}}{\sin^2\alpha}\right) = \frac{m\ddot{r}}{\sin^2\alpha},$$

d.h. nach Umschreibung

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\sin^2\alpha = -g\cos\alpha\sin\alpha \tag{6a}$$

für die Radialkoordinate und

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}} \quad\Leftrightarrow\quad 0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(mr^2\dot{\theta}\big) = mr^2\ddot{\theta} + 2mr\dot{r}\dot{\theta} \quad\Leftrightarrow\quad r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 \tag{6b}$$

für die Winkelkoordinate.

iii. Hamilton-Formalismus **(14 P.)**

a) **(6 P.)** Aus der Lagrange-Funktion (5) folgen die verallgemeinerten Impulse, und zwar

$$p_r \equiv \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{r}} = \frac{m\dot{r}}{\sin^2\alpha} \quad\text{und}\quad p_\theta \equiv \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}} = mr^2\dot{\theta}. \tag{7}$$

Damit lautet die Hamilton-Funktion des Systems

$$\mathcal{H} = p_r\dot{r} + p_\theta\dot{\theta} - \mathcal{L} = \frac{m\dot{r}^2}{\sin^2\alpha} + mr^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{\dot{r}^2}{\sin^2\alpha} + r^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{mgr}{\tan\alpha} = \frac{m\dot{r}^2}{2\sin^2\alpha} + \frac{mr^2\dot{\theta}^2}{2} + \frac{mgr}{\tan\alpha},$$

d.h. noch

$$\mathcal{H} = \frac{(p_r)^2\sin^2\alpha}{2m} + \frac{(p_\theta)^2}{2mr^2} + \frac{mgr}{\tan\alpha}. \tag{8}$$

b) **(8 P.)** Die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen sind dann

$$\dot{r} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p_r} = \frac{p_r\sin^2\alpha}{m} \quad\text{und}\quad \dot{\theta} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p_\theta} = \frac{p_\theta}{mr^2}, \tag{9a}$$

äquivalent zu den Beziehungen (7), und

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial r} = \frac{(p_\theta)^2}{mr^3} - \frac{mgr}{\tan\alpha} \quad\text{und}\quad \dot{p}_\theta = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\theta} = 0. \tag{9b}$$

Die Bewegungsgleichung für p_θ ist eine Erhaltungsgleichung — eigentlich ist p_θ der Betrag des Drehimpulses um die Achse des Kegels. Die Erhaltung dieses Drehimpulses folgt aus der Invarianz der Physik bzw. der Lagrange-Funktion des Systems unter Drehungen um diese Symmetrieachse des Systems (Noether-Theorem).

iv. **(4 P.)** Wenn der Massenpunkt am Anfang eine horizontale Geschwindigkeit hat, hat er auch einen Drehimpuls $p_\theta \neq 0$. Dagegen ist $p_r = 0$. Für $t > 0$ wird die Masse anfangen, entweder nach unten zu gleiten (was hiernach angenommen wird), oder nach oben zu gehen, wenn die Zentrifugalkraft hoch genug ist — $\dot{p}_r$ kann negativ oder positiv sein. Wenn sie nach unten gleitet, nimmt ihr Abstand r von der Kegelachse ab: wegen der Erhaltung von p_θ muss dann die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ zunehmen.

2. Regentropfen im Schwerefeld **(25 P.)**

i. **(6 P.)**

a) **(3 P.)** Per Annahme soll die Rate der Änderung des Volumens $\frac{4}{3}\pi R^3$ proportional zur Tropfenoberfläche $4\pi R^2$ sein:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{4}{3}\pi R(t)^3\right] = \alpha\, 4\pi R(t)^2.$$

Der Term auf der linken Seite ist gleich $4\pi R(t)^2\dot{R}(t)$, so dass sich die Bedingung zu $\dot{R}(t) = \alpha$ vereinfacht, d.h. die Rate der Änderung des Radius ist konstant. Daraus folgt unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung

$$R(t) = R_0 + \alpha t. \tag{10}$$

b) **(3 P.)** Ausgehend von der Masse $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ liefert die Kettenregel

$$\dot{m}(t) = 4\pi R(t)^2 \dot{R}(t)\, \rho = \frac{3\dot{R}(t)}{R(t)} m(t) = \frac{3\alpha}{R(t)} m(t). \tag{11}$$

ii. Bewegungsgleichung **(19 P.)**

a) **(4 P.)** Laut dem 2. newtonschen Gesetz ist die Zeitableitung des kinetischen Impulses $m\vec{v}$ gleich der Summe der Kräfte auf den Tropfen:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big[m(t)\vec{v}(t)\big] = m(t)\vec{g} - \gamma\, R(t)^2\, \vec{v}(t).$$

Man kann diese Gleichung auf die senkrechte Richtung projizieren. Da $\vec{v}$ nach unten gerichtet ist, ergibt sich

$$\dot{m}(t)v(t) + m(t)\dot{v}(t) = m(t)g - \gamma\, R(t)^2\, v(t) \tag{12}$$

b) **(3 P.)** Unter Berücksichtigung von Gl. (11) wird diese Gleichung zu

$$\frac{3\alpha}{R(t)} m(t)v(t) + m(t)\dot{v}(t) = m(t)g - \gamma\, R(t)^2\, v(t).$$

Wenn man durch $m(t) = \frac{4}{3}\pi R(t)^3 \rho$ teilt, kommt

$$\dot{v}(t) + \frac{3\alpha}{R(t)} v(t) = g - \frac{3\gamma}{4\pi\rho R(t)} v(t) = g - \frac{\alpha\,\lambda}{R(t)} v(t) \quad \text{mit } \lambda \equiv \frac{3\gamma}{4\pi\rho\alpha}. \tag{13}$$

c) **(10 P.)** Unter Verwendung der Kettenregel gilt $\dot{v}(t) = v'(R)\dot{R}(t) = \alpha v'(R)$. Somit kann der erste Term von Gl. (13) ersetzt werden. Nach Division durch α kommt

$$v'(R) + \frac{3}{R} v(R) = \frac{g}{\alpha} - \frac{\lambda}{R} v(R)$$

d.h.

$$v'(R) + \frac{3+\lambda}{R} v(R) = \frac{g}{\alpha}. \tag{14}$$

Das ist eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung, die sich wie üblich lösen lässt.

Einerseits findet man (z.B. durch Separation der Variablen) die allgemeine Lösung der assoziierten homogenen Differentialgleichung:

$$v(R) = \frac{C}{R^{3+\lambda}} \qquad \text{mit } C \in \mathbb{R}.$$

Zum anderen ist eine spezielle Lösung der homogenen Gl. (14):

$$v(R) = \frac{g\, R}{\alpha(4+\lambda)}.$$

Insgesamt lautet also die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (14):

$$v(R) = \frac{C}{R^{3+\lambda}} + \frac{g\, R}{\alpha(4+\lambda)}.$$

Zur Festlegung der Konstanten C benutzt man die Anfangsbedingung zu $t = 0$: dann ist der Radius R_0 und die Geschwindigkeit Null, d.h. $v(R_0) = 0$. Daraus findet man $C = -g\, R_0^{4+\lambda}/\alpha(4+\lambda)$. Somit lautet die gesuchte Lösung von Gl. (14)

$$v(R) = \frac{g\, R_0}{\alpha(4+\lambda)} \left[\frac{R}{R_0} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3+\lambda}\right]. \tag{15}$$

d) **(2 P.)** Man kann jetzt Gl. (10) in dieses Ergebnis einsetzen:

$$v(t) = \frac{g\, R_0}{\alpha(4+\lambda)} \left[\frac{R_0 + \alpha t}{R_0} - \left(\frac{R_0}{R_0 + \alpha t}\right)^{3+\lambda}\right]. \tag{16}$$

3. Elektrisch geladene Kugelschale (20 P.)

i. **(14 P.)** Sei O das Zentrum der Kugel. Die Kugelsymmetrie des Problems legt nahe, Kugelkoordinaten mit dem Ursprungspunkt in O zu wählen. Wegen der Symmetrie erwartet man auch, dass der Betrag des elektrischen Felds in einem Punkt $\vec{r}$ nur vom Abstand $r \equiv |\vec{r}|$ des Punkts zu O abhängt, und das $\vec{E}(\vec{r})$ radial ist: $\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\,\vec{e}_r$.

Um $E(r)$ zu bestimmen, werden wir das Gaußsche Gesetz

$$\oint_{\partial\mathcal{V}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}^2\vec{\mathcal{S}} = \frac{Q_{\mathcal{V}}}{\epsilon_0} \tag{17}$$

verwenden, wobei $Q_{\mathcal{V}}$ die elektrische Ladung innerhalb des Volumens $\mathcal{V}$, abgegrenzt durch die Oberfläche $\partial\mathcal{V}$, bezeichnet. Als „Gaußsches Volumen“ betrachtet man eine Kugel mit Zentrum O und Radius a. Dann wird das Flächenintegral in Gl. (17) zu

$$\oint_{\partial\mathcal{V}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}^2\vec{\mathcal{S}} = \oint_{\partial\mathcal{V}} E(a)\,\mathrm{d}^2\mathcal{S} = 4\pi a^2\,E(a),$$

wobei $4\pi a^2$ die Fläche der Kugel ist. Die Ladung innerhalb $\mathcal{V}$ hängt vom Radius der Gaußschen Kugel ab: $Q_{\mathcal{V}} = 0$ wenn $a < R$, $Q_{\mathcal{V}} = Q$ wenn $a \geq R$. Insgesamt ergibt sich also

$$4\pi a^2\,E(a) = \begin{cases} 0 \text{ für } a < R \\ Q \text{ für } a \geq R \end{cases}$$

d.h. schließlich

$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} \vec{0} \text{ für } r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{e}_r \text{ für } r \geq R. \end{cases} \tag{18}$$

Durch Integration erhält man dann das elektrostatische Potential:

$$\Phi(\vec{r}) = \begin{cases} \Phi_0 \text{ für } r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + \Phi_\infty \text{ für } r \geq R \end{cases}$$

mit zwei Konstanten Φ_0, Φ_∞. Die Letztere kann man so wählen, dass das Potential für $r \to \infty$ verschwindet: $\Phi_\infty = 0$. Dann ist der Wert des Potentials für $r = R$ festgelegt: $Q/4\pi\epsilon_0 R$. Dort muss Φ kontinuierlich sein, was $\Phi_0 = Q/4\pi\epsilon_0 R$ ergibt. Schließlich gilt

$$\Phi(\vec{r}) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \text{ für } r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ für } r \geq R. \end{cases} \tag{19}$$

ii. **(6 P.)** Um nun die potentielle Energie der Kugelschale zu bestimmen, gibt es zwei Möglichkeit. Zum einen kann man die Energiedichte $\epsilon_0\vec{E}^2/2$ über den ganzen Raum — eigentlich über den Bereich außerhalb der Kugel — integrieren:

$$V \equiv \int \frac{\epsilon_0 \vec{E}(\vec{r})^2}{2}\,\mathrm{d}^3\vec{r} = \int \frac{\epsilon_0 E(r)^2}{2}\,4\pi r^2\,\mathrm{d}r = \int_R^\infty \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 r^2}\,\mathrm{d}r = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}. \tag{20}$$

Alternativ berechnet man das Integral von $\frac{1}{2}\rho_{\text{el.}}\Phi$, wobei $\rho_{\text{el.}}$ die elektrische Ladungsdichte ist: mit

$$\rho_{\text{el.}}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi R^2}\delta(|\vec{r}| - R)$$

kommt

$$V \equiv \frac{1}{2}\int \rho_{\text{el.}}(\vec{r})\Phi(\vec{r})\,\mathrm{d}^3\vec{r} = \frac{1}{2}\int \frac{Q}{4\pi R^2}\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}\,\delta(r - R)\,r^2\,\mathrm{d}r\,\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}, \tag{21}$$

d.h. das gleiche Ergebnis.

4. Stromdurchflossener Hohlzylinder (15 P.)

i. **(5 P.)** Man benutzt Zylinderkoordinaten (r, θ, z). Dann entspricht der Zylindermantel dem Bereich $R_1 \leq r \leq R_2$.

Die Fläche des Querschnitts des Zylinders senkrecht zur z-Achse ist $\pi(R_2^2 - R_1^2)$. Da dieser Fläche durch die Stromstärke I durchgeflossen ist, beträgt die Stromdichte $|\vec{\jmath}_{\text{el.}}(\vec{r})| = I/\pi(R_2^2 - R_1^2)$ im Bereich, wo sie nicht Null ist.

Insgesamt lautet die elektrische Stromdichte

$$\vec{\jmath}_{\text{el.}}(\vec{r}) = \frac{I}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \Theta(r - R_1)\Theta(R_2 - r)\,\vec{e}_z. \tag{22}$$

ii. **(10 P.)** Zur Bestimmung des Magnetfeldes wird das Ampère-Gesetz

$$\oint_{\partial\mathcal{S}} \vec{B}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathcal{S}} \tag{23}$$

benutzt, wobei $I_{\mathcal{S}}$ die elektrische Stromstärke durch die Fläche $\mathcal{S}$, dessen Rand als $\partial\mathcal{S}$ bezeichnet wird.

Wegen der Zylindersymmetrie kann der Betrag des Magnetfeldes in einem Punkt nur von dessen Abstand r zur Achse des Leiters abhängen: $B(r)$. Das gleiche gilt für das Vektorpotential $\vec{A}$, wovon das Magnetfeld über $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ abgeleitet werden kann, so dass $\vec{B}$ keine Komponente entlang $\vec{e}_r$ haben kann. Da die Stromstärke entlang $\vec{e}_z$ liegt, ist $\vec{B}$ in einem Punkt senkrecht darauf. Insgesamt ist also $\vec{B}$ in einem Punkt entlang $\vec{e}_\theta$.

Sei nun $\partial\mathcal{S}$ ein Kreis senkrecht zur Zylinderachse, mit dem Zentrum auf der z-Achse und dem Radius a. Dann ist das Linienintegral auf der linken Seite von Gl. (23) gleich

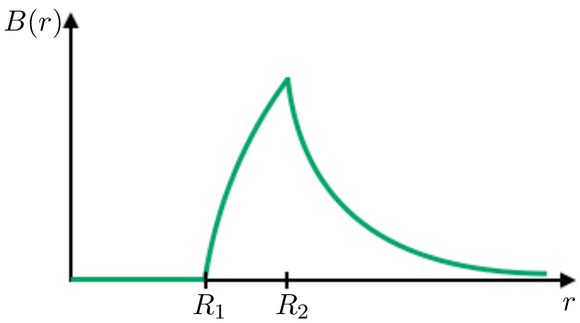
$$\oint_{\partial\mathcal{S}} \vec{B}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 2\pi a B(a).$$

Je nach dem Wert von a nimmt den Strom durch die durch den Kreis abgegrenzte Fläche verschiedene Werte an:

$$I_{\mathcal{S}} = \begin{cases} 0 \text{ für } a < R_1 \\ \dfrac{a^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} I \text{ für } R_1 \leq a \leq R_2 \\ I \text{ für } a > R_2. \end{cases}$$

Daraus folgt der Betrag des Magnetfeldes

$$|B(\vec{r})| = \begin{cases} 0 \text{ für } r < R_1 \\ \dfrac{r - R_1^2/r}{R_2^2 - R_1^2} \dfrac{I}{2\pi} \text{ für } R_1 \leq r \leq R_2 \\ \dfrac{I}{2\pi r} \text{ für } r > R_2. \end{cases} \tag{24}$$



5. Elektromagnetische Potentiale (25 P.)

i. Wissen (16 P.)

a) (8 P.) Die Maxwell-Gleichungen in Anwesenheit von Quelltermen sind

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(t,\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon_0}\rho_{\mathrm{el.}}(t,\vec{r}) \tag{25a}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(t,\vec{r}) = 0 \tag{25b}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}(t,\vec{r}) + \frac{\partial\vec{B}(t,\vec{r})}{\partial t} = \vec{0} \tag{25c}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}(t,\vec{r}) - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}(t,\vec{r})}{\partial t} = \mu_0\vec{\jmath}_{\mathrm{el.}}(t,\vec{r}), \tag{25d}$$

mit $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$

b) (8 P.) Die Beziehungen zwischen elektromagnetischen Feldern und Potentialen lauten

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = -\vec{\nabla}\Phi(t,\vec{r}) - \frac{\partial\vec{A}(t,\vec{r})}{\partial t} \tag{26a}$$

$$\vec{B}(t,\vec{r}) = \vec{\nabla}\times\vec{A}(t,\vec{r}). \tag{26b}$$

Eine allgemeine Eichtransformation der Potentiale ist eine gleichzeitige Transformation

$$\Phi(t,\vec{r}) \to \Phi'(t,\vec{r}) = \Phi(t,\vec{r}) - \frac{\partial\chi(t,\vec{r})}{\partial t} \tag{27a}$$

$$\vec{A}(t,\vec{r}) \to \vec{A}'(t,\vec{r}) = \vec{A}(t,\vec{r}) + \vec{\nabla}\chi(t,\vec{r}) \tag{27b}$$

mit einer beliebigen Funktion χ von Zeit und Ort.

ii. (9 P.)

a) (5 P.) Das Einsetzen des Ansatzes

$$\Phi(t,\vec{r}) \equiv \Phi_0\sin(\omega t - kx) \qquad , \qquad \vec{A}(t,\vec{r}) \equiv \frac{\Phi_0}{c}\sin(\omega t - kx)\,\vec{\mathrm{e}}_x, \tag{28}$$

mit $\omega = ck$ in die Gleichungen (26a)–(26b) gibt verschwindende elektrische und magnetische Felder

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = 0 \qquad , \qquad \vec{B}(t,\vec{r}) = 0. \tag{29}$$

Diese Felder erfüllen selbstverständlich (ohne Berechnung!) die Maxwell-Gleichungen im Vakuum.

b) (4 P.) Sei $\chi(t,\vec{r}) \equiv -\frac{\Phi_0}{\omega}\cos(\omega t - kx)$. Man prüft schnell nach

$$\frac{\partial\chi(t,\vec{r})}{\partial t} = \Phi_0\sin(\omega t - kx) \qquad \text{und} \qquad \vec{\nabla}\chi(t,\vec{r}) = -k\frac{\Phi_0}{\omega}\cos(\omega t - kx)\,\vec{\mathrm{e}}_x = -\frac{\Phi_0}{c}\cos(\omega t - kx)\,\vec{\mathrm{e}}_x,$$

so dass eine Eichtransformation (27) mit dieser Eichfunktion transformiert die Potentiale (28) in $\Phi' = 0$, $\vec{A}' = \vec{0}$ — woraus man sofort sieht, dass die elektromagnetischen Felder verschwinden.

Bei solchen Potentialen spricht man von „reiner Eichung“.