

## Übung Nr. 9

### Diskussionsthemen:

- Quantenelektrodynamik: wie sieht der Wechselwirkungsterm aus? Welcher elementare Vertex wird mit diesem Term assoziiert?
- Welche Rezepte muss man beim Berechnen des Wirkungsquerschnitts für einen Prozess benutzen, wenn die „Spins“ (= Helizitäten, Polarisationen) der ein- und auslaufenden Teilchen nicht gemessen werden?

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

### Aufgabe 29. Møller-Streuung

Können Sie in der QED die Amplitude  $\mathcal{M}$  in führender Ordnung für die Møller-Streuung

$$e^-(\vec{p}_1, \sigma_1) + e^-(\vec{p}_2, \sigma_2) \rightarrow e^-(\vec{p}_3, \sigma_3) + e^-(\vec{p}_4, \sigma_4)$$

durch die Dirac-Spinoren  $u(\vec{p}_1, \sigma_1)$ ,  $u(\vec{p}_2, \sigma_2)$ ,  $\bar{u}(\vec{p}_3, \sigma_3)$  und  $\bar{u}(\vec{p}_4, \sigma_4)$  ausdrücken?

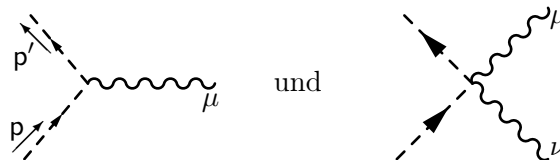
### Aufgabe 30. Myon-Paarherzeugung

- i. Welche Feynman-Diagramme tragen zu  $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$  in führender Ordnung bei?
- ii. Aus welcher in der Vorlesung vorgeführten Rechnung können Sie daher (ohne weitere Rechnung) auf den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  für den obigen Prozess schließen? Geben Sie  $\sigma_{\text{tot}}$  an.

### Aufgabe 31. Skalare Quantenelektrodynamik (1): Compton-Streuung

In der Vorlesung wurde nur die Wechselwirkung von elektrisch geladenen Teilchen mit Spin  $\frac{1}{2}$  betrachtet. In dieser Aufgabe wollen wir den Fall von Spin-0 („skalaren“) geladenen Teilchen kennenlernen.

Sei  $\hat{\phi}$  das Skalarfeld, das ein solches Teilchen beschreibt, und  $\hat{\phi}^\dagger$  das dazu hermitesch konjugierte Feld. Die Wechselwirkung zwischen diesen Feldern und dem Vektorfeld  $\hat{A}^\mu$  für Photonen wird durch eine Lagrange-Dichte mit zwei Termen beschrieben, denen die zwei elementaren Vertizes



assoziiert werden. Die zugehörigen Beiträge zu Amplituden sind jeweils  $-ie(p_\mu + p'_\mu)$  und  $2ie^2\eta_{\mu\nu}$ .<sup>1</sup>

Betrachten Sie jetzt den elastischen Compton-Streuprozess  $\pi^+(\mathbf{p}_1) + \gamma(\mathbf{p}_2) \rightarrow \pi^+(\mathbf{p}_3) + \gamma(\mathbf{p}_4)$ , wobei  $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_4$  die Viererimpulse des Pions (Spin 0!) und des Photons sind.

- i. Welche Feynman-Diagramme tragen zum Streuprozess zur führenden Ordnung bei?
- ii. Drücken Sie die zugehörigen Teilamplituden durch die Viererimpulse  $\{\mathbf{p}_j\}$  und die Polarisationsvierervektoren  $\epsilon^\mu(2)$ ,  $\epsilon^\mu(4)$  des Photons<sup>2</sup> vor und nach der Streuung aus. Wie lautet die Gesamtamplitude des Prozesses zur führenden Ordnung?

*Hinweis:* Einige der Teilamplituden können unter Nutzung der Viererimpulserhaltung und einer Eigenschaft von Polarisationsvierervektoren (stark) vereinfacht werden.

<sup>1</sup>Für die neugierige Leserin: der multiplikative Faktor  $p_\mu$  spiegelt einen Term  $i\partial_\mu\hat{\phi}$  in der Lagrange-Dichte wider.

<sup>2</sup>Dabei sollen der Einfachheit halber die Polarisationszustände  $\lambda_2, \lambda_4$  nicht genauer berücksichtigt werden.

**Aufgabe 32. Hadronenerzeugung in Elektron-Positron-Streuung**

i. Wenn die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  der einlaufenden Teilchen viel größer als die Elektronenmasse ist, lautet der totale Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines fermionischen Teilchen-Antiteilchen-Paars  $f\bar{f}$

$$\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow f\bar{f}) = Q_f^2 \frac{4\pi}{3} \left( \frac{\alpha_{\text{e.m.}}}{\sqrt{s}} \right)^2$$

wobei  $Q_f$  die elektrische Ladung des erzeugten Fermions in Einheiten von  $e$  ist. In der Vorlesung wurde das Verhältnis

$$R(\sqrt{s}) \equiv \frac{\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (1)$$

definiert. Was wäre Ihre Vorhersage für  $R(\sqrt{s})$  für  $\sqrt{s} = 2 \text{ GeV}$  und  $\sqrt{s} = 5 \text{ GeV}$ ?

ii. Können Sie sehen, warum im Verhältnis (1) der Wirkungsquerschnitt für Hadronenerzeugung in Elektron-Positron-Streuprozessen nicht mit jenem für elastische Streuung, sondern mit dem Wirkungsquerschnitt für Myon-Paarherzeugung verglichen wird?