Vorbemerkungen

Einheiten

In der Teilchenphysik wird ein System sogenannter *natürlicher Einheiten* verwendet, und zwar ein Einheitensystem, in dem die Vakuumlichtgeschwindigkeit c und das Plancksche Wirkungsquantum $\hbar = h/2\pi$ den Wert 1 annehmen. Infolgedessen können diese Konstanten dann von den Gleichungen weggelassen werden.

Zur Rechtfertigung dieser Wahl sei daran erinnert, dass sich mechanische Größen wie Länge ($[\mathsf{L}]$), Zeit ($[\mathsf{T}]$), Masse ($[\mathsf{M}]$), Energie ($[\mathsf{E}]$), Geschwindigkeit ($[\mathsf{v}]$), Kraft ($[\mathsf{F}]$), Drehimpuls ($[\mathsf{J}]$), usw. als Kombinationen von Potenzen von nur 3 *Basisgrößen* zerlegen lassen. Im MKS-System (Meter, Kilogramm, Sekunde) handelt es sich bei diesen Grundgrößen um die Länge, die Masse und die Zeit, mit zugehörigen metrischen Einheiten. Dann können andere Größen, und somit deren Einheiten, durch diese Basisgrößen ausgedrückt werden:

$$[\mathsf{L}],\quad [\mathsf{M}],\quad [\mathsf{T}],\quad [\mathsf{E}] = [\mathsf{M}\,\mathsf{L}^2\mathsf{T}^{-2}],\quad [\mathsf{v}] = [\mathsf{L}\,\mathsf{T}^{-1}],\quad [\mathsf{F}] = [\mathsf{M}\,\mathsf{L}\,\mathsf{T}^{-2}],\quad [\mathsf{J}] = [\mathsf{M}\,\mathsf{L}^2\,\mathsf{T}^{-1}]\dots$$

Man darf aber andere Basisgrößen wählen, solange die neue Basis alle anderen Größen erzeugen kann. Eine mögliche solche Wahl besteht darin, als Grundgrößen Energie, Geschwindigkeit und Drehimpuls zu nehmen. Dann erhält man[(1)]

$$[\mathsf{L}] = [\mathsf{J}\,\mathsf{v}\,\mathsf{E}^{-1}],\quad [\mathsf{M}] = [\mathsf{E}\,\mathsf{v}^{-2}],\quad [\mathsf{T}] = [\mathsf{J}\,\mathsf{E}^{-1}],\quad [\mathsf{F}] = [\mathsf{E}^2\mathsf{J}^{-1}\mathsf{v}^{-1}]\dots$$

Dabei gibt es eine klare Analogie zur linearen Algebra und zur möglichen Wahl von unterschiedlichen Basen auf einem gegeben Vektorraum.

Jetzt soll man noch die *Basiseinheiten* für die neuen Grundgrößen wählen. Die Energie wollen wir im Folgenden in MeV messen, wobei 1 eV (Elektronenvolt) der Zunahme der kinetischen Energie eines durch eine Spannung von 1 Volt beschleunigten Elektrons entspricht, $1\,\mathrm{eV} \simeq 1,6\cdot 10^{-19}$ J. Dann wollen wir Geschwindigkeit in Einheiten der Vakuumlichtgeschwindigkeit c messen. Schließlich werden Drehimpulse in Einheiten des Wirkungsquantums $\hbar$ ausgedrückt — entsprechend der gewöhnlichen Redensart „Spin $\frac{1}{2}$“ für einen Spin, dessen Projektion auf eine Achse $\pm\frac{1}{2}\hbar$ beträgt.

Somit werden jetzt Längen in Einheiten von $\hbar c/\mathrm{MeV}$ gemessen, Massen in Einheiten von MeV/c^2, Zeiten in Einheiten von $\hbar/\mathrm{MeV}$, Impulse in Einheiten von MeV/c, usw.:

$$1\,\mathrm{fm} = 10^{-15}\,\mathrm{m} \simeq \frac{1}{197,327}\,\frac{\hbar c}{\mathrm{MeV}},\quad 10^{-23}\,\mathrm{s} \simeq \frac{1}{65,82}\,\frac{\hbar}{\mathrm{MeV}},\quad 10^{-30}\,\mathrm{kg} \simeq \frac{1}{1,783}\,\mathrm{MeV}/c^2\dots$$

Schließlich kann man $\hbar = c = 1$ annehmen, so dass Längen und Zeiten in MeV^{-1} und Massen in MeV angegeben sind.

Auf der Seite des Elektromagnetismus werden hiernach elektrische Ladungen in Einheiten der Elementarladung $e \simeq 1,602\cdot 10^{-19}$ C — entsprechend dem Betrag der Elektronenladung — gemessen. Darüber hinaus wird $\epsilon_0 = 1$ angenommen, woraus $\mu_0 = 1$ dank der Beziehung $\epsilon_0\mu_0 c^2 = 1$ folgt (Heaviside–Lorentz-Einheitensystem).

[(1)] Vgl. die bekannten Beziehungen: de Broglie-Wellenlänge $\lambda = \hbar\,/\,\mathrm{Impuls} = \hbar c\,/\,\mathrm{Energie}$, $\mathrm{Energie} = \mathrm{Masse}\times c^2$, $\mathrm{Energie} = \hbar\times\mathrm{Frequenz} = \hbar\,/\,\mathrm{Zeit}$, Kraft = Gradient der potentiellen Energie = Energie / Länge...

Schließlich werden Temperaturen, falls sie auftreten, ebenfalls in MeV angegeben, entsprechend erstens der Wahl von Energie als Grundgröße — anstatt der Temperatur wie im SI-System —, und zweitens der Messung dieser neuen Basisgröße in Einheiten von der Boltzmann-Konstante k_B:

$$10^{11}\,\mathrm{K} = 8,617\ \mathrm{MeV}/k_B.$$

Dann kann man $k_B = 1$ annehmen.

Notationen

Dreidimensionale Vektoren werden mit einem Pfeil geschrieben, wie z.B. $\vec{p}$ oder $\vec{x}$.

Vierervektoren werden in einer Sans Serif-Schriftart geschrieben, wie z.B. p (Viererimpuls), A (Viererpotential), usw.
Die gleiche Schriftart wird auch für Lorentz-Tensoren höherer Stufe verwendet, z.B. für die Feldstärketensoren F, G, oder für den metrischen Tensor η. Dagegen werden die Komponenten dieser Vierervektoren und Lorentz-Tensoren in Kursivschrift geschrieben: p^μ, A^μ, $F^{\mu\nu}$, $\eta_{\mu\nu}$, usw.

Quantenmechanische Operatoren werden mit einem Zirkumflex bezeichnet, z.B. $\hat{a}$, $\hat{a}^\dagger$

Indizes

Lateinische Indizes i, j, k, l, usw. laufen über die drei möglichen räumlichen Koordinaten, d.h. über 1, 2, 3 oder x, y, z.
Ziemlich inkonsequent wird auf ihre Stelle (tief- oder hochgestellt) nicht aufgepasst, wenn sie sich auf rein dreidimensionale Größen beziehen, d.h. nicht auf die räumlichen Komponenten von Vierervektoren oder allgemeineren Lorentz-Tensoren. Somit gilt $v_i = v^i$ für die i-Komponente der Geschwindigkeit $\vec{v}$. Dagegen ist im Fall des Raumanteils eines Vierervektors oder eines Lorentz-Tensors die Stelle des Index wichtig.

Griechische Indizes μ, ν, ρ, σ, usw. laufen über die vier Raumzeit-Koordinaten 0, 1, 2, 3. Auf die Stelle dieser Lorentz-Indizes soll aufgepasst werden, wie in Abschn. II.3 weiter betont wird.

Im ganzen Skript wird die Einsteinsche Summenkonvention verwendet, d.h. auf doppelt auftretende Indizes wird summiert. Somit gelten im Fall dreidimensionaler Indizes

$$a_i b_i = a^i b^i \equiv \sum_{i=1}^{3} a_i b_i, \qquad \mathcal{M}_{ii} \equiv \sum_{i=1}^{3} \mathcal{M}_{ii},$$

entsprechend dem Skalarprodukt $\vec{a}\cdot\vec{b}$ bzw. der Spur $\mathrm{Tr}\,\mathcal{M}$. Im Fall von Lorentz-Indizes sollte der eine kontravariant, der andere kovariant sein [s. Abschn. II.3.5]:

$$a^\mu b_\mu = a_\mu b^\mu \equiv \sum_{\mu=0}^{3} a^\mu b_\mu = \sum_{\mu=0}^{3} a_\mu b^\mu, \qquad T^\mu{}_\mu \equiv \sum_{\mu=0}^{3} T^\mu{}_\mu,$$

entsprechend dem Viererprodukt $\mathsf{a}\cdot\mathsf{b}$ bzw. der Spur $\mathrm{Tr}\,\mathsf{T}$.