XII.3 Spontane Symmetriebrechung. Higgs-Boson

Im vorigen Abschnitt wurde das Potential $V(\hat{\Phi})$ des Higgs-Feldes eingeführt, um seine „Selbstwechselwirkung“ zu beschreiben. Dieser Abschnitt befasst sich genauer mit den Folgerungen dieses Terms für die Dynamik des Higgs-Feldes. Wenn das Potential die geeignete Form hat, dann wird die $\mathrm{U}(1)_Y \times \mathrm{SU}(2)_\mathrm{L}$ Eichinvarianz der Lagrange-Dichte im physikalischen realisierten Zustand spontan gebrochen (§ XII.3.1). Infolge dieser Symmetriebrechung entspricht das Higgs-Dublett nicht vier, sondern nur einem Teilchen, dessen Masse und Selbstwechselwirkungen durch die Parameter des Potentials $V(\hat{\Phi})$ bestimmt werden (§ XII.3.2).

XII.3.1 Spontane Symmetriebrechung

Zur Untersuchung des Einflusses des Potentials $V(\hat{\Phi})$ lohnt es sich zunächst, das Verhalten in Abhängigkeit von $\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi}$ zu betrachten. Zu diesem Zweck macht man den Ansatz

$$\hat{\Phi}(\mathsf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \tag{XII.14a}$$

mit einer von x unabhängigen positiven reellen Zahl v. Dies gibt für das Potential

$$V\big(\hat{\Phi}\big) = \frac{1}{2}\kappa v^2 + \frac{1}{4}\lambda v^4. \tag{XII.14b}$$

Sind κ negativ und λ positiv, so hat $V\big(\hat{\Phi}\big)$ ein Minimum für einen endlichen Wert von v, wie sich auf Abb. XII.2 erkennen lässt.

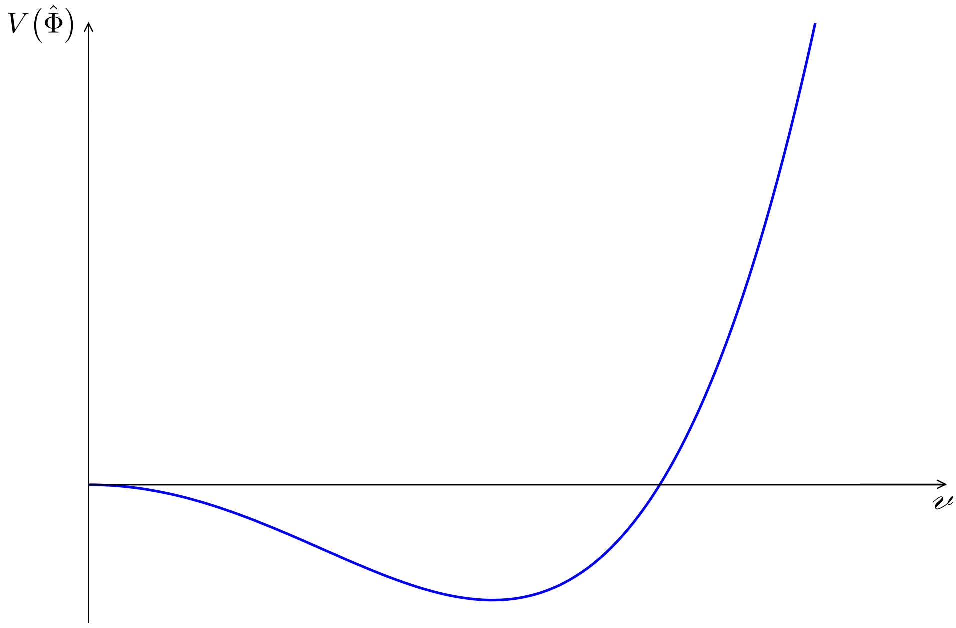


Abbildung XII.2 – Verlauf des Potentials (XII.14b) für $\kappa < 0$, $\lambda > 0$.

Dank der $\mathrm{SU}(2)_\mathrm{L}\times\mathrm{U}(1)_Y$-Eichsymmetrie des Standardmodells ist die Konfiguration (XII.14a) ziemlich allgemein, weil sie sich aus jeder anderen Feldkonfiguration mit $\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi} = v^2/2$ durch eine geeignete Eichtransformation erhalten lässt. Beispielsweise gelten für jeden reellen Parameter θ

$$V\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}\right) = V\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} v \end{pmatrix}\right) = V\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} v \\ 0 \end{pmatrix}\right).$$

Wenn sich das Higgs-Feld in einer Konfiguration wie (XII.14a) mit $v \neq 0$ befindet, dann ist die resultierende Theorie nicht mehr eichinvariant — z.B. weil die Vektorbosonen eine Masse kriegen, vgl. Abschn. XII.4 —, d.h. die Eichsymmetrie ist *gebrochen*. Da dies nicht durch einen Term in der Lagrange-Dichte, sondern durch die zufällige Wahl[(79)] einer besonderen Konfiguration verursacht wird, spricht man von *spontaner Symmetriebrechung*.

Um mit positiven Parametern zu arbeiten, wird das Potential des Higgs-Feldes im Folgenden als

$$V(\hat{\Phi}) = -\mu^2\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi} + \lambda\big(\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi}\big)^2 \tag{XII.15}$$

mit $\mu^2 > 0$ und $\lambda > 0$ geschrieben. Dann gilt für die Feldkonfiguration (XII.14a)

$$V(\hat{\Phi}) = -\frac{1}{2}\mu^2 v^2 + \frac{1}{4}\lambda v^4, \tag{XII.16}$$

was minimal für den Wert

$$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} \tag{XII.17}$$

ist.

XII.3.2 Higgs-Boson

Aus quantenmechanischen Gründen kann das Higgs-Feld nicht genau konstant sein, sondern soll noch in jedem Punkt kleine Schwankungen um den Wert (XII.14a) haben. Diese lassen sich allgemeinen schreiben als

$$\hat{\Phi}(\mathsf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \hat{\phi}_1(\mathsf{x})+\mathrm{i}\hat{\phi}_2(\mathsf{x}) \\ v+\hat{\phi}_0(\mathsf{x})+\mathrm{i}\hat{\phi}_3(\mathsf{x}) \end{pmatrix},$$

mit vier reellen Skalarfeldoperatoren $\hat{\phi}_0$, $\hat{\phi}_1$, $\hat{\phi}_2$, $\hat{\phi}_3$.

Dank der Invarianz unter der Eichgruppe $\mathrm{U}(1)_Y \times \mathrm{SU}(2)_\mathrm{L}$ können aber die Felder $\hat{\phi}_1$, $\hat{\phi}_2$, $\hat{\phi}_3$ weggedreht werden, so dass man einfach das Dublett

$$\hat{\Phi}(\mathsf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+\hat{\phi}_0(\mathsf{x}) \end{pmatrix} \tag{XII.18}$$

betrachten kann. Jetzt hängt das Higgs-Feld $\hat{\Phi}(\mathsf{x})$ von nur einem reellen Skalarfeld ab, entsprechend einem einzigen Teilchen, dem *Higgs-Boson*.

Mithilfe der SU(2)-Matrix

$$\mathcal{U}(\mathsf{x}) = \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{v}\big(\hat{\phi}_2(\mathsf{x})\sigma_1 + \hat{\phi}_1(\mathsf{x})\sigma_2 + \hat{\phi}_3(\mathsf{x})\sigma_3\big)\right] \approx \mathbb{1}_2 - \frac{\mathrm{i}}{v}\big(\hat{\phi}_2(\mathsf{x})\sigma_1 + \hat{\phi}_1(\mathsf{x})\sigma_2 + \hat{\phi}_3(\mathsf{x})\sigma_3\big)$$

gilt in jedem Raumzeitpunkt x (der Kurze halber wird die x-Abhängigkeit der Felder nicht geschrieben)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{U}\begin{pmatrix} 0 \\ v+\hat{\phi}_0 \end{pmatrix} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1-\mathrm{i}\hat{\phi}_3/v & \phi_1/v+\mathrm{i}\hat{\phi}_2/v \\ \phi_1/v-\mathrm{i}\hat{\phi}_2/v & 1+\mathrm{i}\hat{\phi}_3/v \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ v+\hat{\phi}_0 \end{pmatrix} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \hat{\phi}_1+\mathrm{i}\hat{\phi}_2 \\ v+\hat{\phi}_0+\mathrm{i}\hat{\phi}_3 \end{pmatrix}.$$

Somit ist das Dublett im rechten Glied äquivalent unter einer Eichtransformation zum Dublett (XII.18).

Für das Feld (XII.18) lautet das Potential

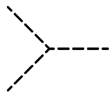
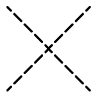
$$\begin{aligned} V(\hat{\Phi}) &= -\frac{\mu^2}{2}\big(v^2 + 2v\hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_0^2\big) + \frac{\lambda^4}{4}\big(v^4 + 4v^3\hat{\phi}_0 + 6v^2\hat{\phi}_0^2 + 4v\hat{\phi}_0^3 + \hat{\phi}_0^4\big) \\ &= -\frac{\mu^2}{2}v^2 + \frac{\lambda^4}{4}v^4 + (-\mu^2+\lambda v^2)v\hat{\phi}_0 + \frac{1}{2}(-\mu^2+3\lambda v^2)\hat{\phi}_0^2 + \lambda v\hat{\phi}_0^3 + \frac{\lambda}{4}\hat{\phi}_0^4. \end{aligned}$$

[(79)] nicht nur des Autors, sondern der Natur!

Die zwei ersten Terme stellen einfach das schon bekannte Minimum (XII.16) des Potentials dar. Der nächste, lineare Term in $\hat{\phi}_0$ verschwindet dank der Beziehung (XII.17). Der quadratische Term in $\hat{\phi}_0$ mit dem Vorfaktor

$$\frac{1}{2}(-\mu^2+3\lambda v^2) = \lambda v^2 = \mu^2 \equiv \frac{m_H^2}{2} \tag{XII.19}$$

entspricht dem Massenterm des Higgs-Bosons, wobei m_H die Bosonenmasse ist. Schließlich stellen die zwei letzten Terme die Selbstwechselwirkung des Higgs-Bosons dar. Dabei treten Vertices mit entweder drei oder vier Higgs-Bosonen auf

 , 

mit jeweiligen Kopplungskonstanten $\lambda v = \sqrt{\lambda\mu^2}$ und $\dfrac{\lambda}{4}$.

Im Rahmen des Standardmodells sind λ und μ^2, oder äquivalent v und m_H, freie Parameter. Experimentell findet man[80]

$$v \simeq 246{,}22\ \text{GeV}, \qquad\qquad m_H \approx 125\ \text{GeV} \tag{XII.20}$$

wobei der zweite Wert die Masse des 2011-2012 am LHC entdeckten Teilchens, das sich sehr ähnlich einem Higgs-Boson verhält, ist.

XII.4 Vektorbosonen im Standardmodell

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass falls das Potential (XII.10) des Higgs-Feldes die Form $-\mu^2\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi} + \lambda(\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi})^2$ mit $\mu^2 > 0$ und $\lambda > 0$ hat, dann ist die $\mathrm{SU}(2)_\mathrm{L}\times\mathrm{U}(1)_Y$-Eichinvarianz des Standardmodells spontan gebrochen im physikalisch realisierten Vakuum.

In diesem Abschnitt wird eine erste Folge dieser Symmetriebrechung untersucht, und zwar der sog. *Brout*[bq]*–Englert*[br]*–Higgs-Mechanismus*,[81] gemäß dem der endliche Vakuumerwartungswert des Higgs-Feldes den schwachen Bosonen eine Masse gibt.

Sei also angenommen, dass das Higgs-Feld den Wert (XII.18) annimmt, wobei $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$ eine positive reelle Konstante ist. In diesem Fall vereinfacht sich der Anteil (XII.9) der Lagrange-Dichte nach Auslassen des kinetischen Terms für das $\hat{\phi}_0$-Feld zu

$$\begin{aligned}(\hat{D}_\rho\hat{\Phi})^\dagger(\hat{D}^\rho\hat{\Phi}) \approx \hat{\mathcal{L}}_M^{W,Z} &\equiv \frac{1}{2}\left[\left(\mathrm{i}g\,\vec{T}\cdot\hat{\vec{W}}_\rho+\frac{\mathrm{i}}{2}g'\hat{B}_\rho\right)\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}\right]^\dagger\left[\left(\mathrm{i}g\,\vec{T}\cdot\hat{\vec{W}}^\rho+\frac{\mathrm{i}}{2}g'\hat{B}^\rho\right)\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}\right]\\ &= \frac{1}{8}\begin{pmatrix}0 & v\end{pmatrix}\left(-\mathrm{i}g\,\vec{\sigma}\cdot\hat{\vec{W}}_\rho-\mathrm{i}g'\hat{B}_\rho\right)\left(\mathrm{i}g\,\vec{\sigma}\cdot\hat{\vec{W}}^\rho+\mathrm{i}g'\hat{B}^\rho\right)\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix},\end{aligned} \tag{XII.21}$$

wobei die zweite Zeile die Hermizität der Pauli-Matrizen und die Reellwertigkeit der Vektorfelder benutzt. Das Ausmultiplizieren des Produkts im rechten Glied gibt dann

$$\hat{\mathcal{L}}_M^{W,Z} = \frac{v^2}{8}\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}\left[g^2\sigma_i\sigma_j\hat{W}_\rho^i\hat{W}^{j\rho}+gg'\sigma_i\left(\hat{W}_\rho^i\hat{B}^\rho+\hat{B}_\rho\hat{W}^{i\rho}\right)+g'^2\hat{B}_\rho\hat{B}^\rho\right]\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}.$$

Dies kann noch als Summe von drei Termen geschrieben werden, die sich einfach berechnen lassen.

[80] Unter der Annahme, dass die $W^\pm$- und Z^0-Bosonen ihre Masse über den in Abschn. XII.4 dargestellten Mechanismus kriegen.

[81] ... auch kürzer *Higgs-* oder gar *Englert–Brout–Higgs–Guralnik*[bs]*–Hagen*[bt]*–Kibble*[bu]*-Mechanismus* genannt.

[bq] R. Brout, 1928–2011 [br] F. Englert, 1932– [bs] G. S. Guralnik, 1936–2014 [bt] C. R. Hagen, 1937– [bu] T. Kibble, 1932–2016

Unter Verwendung der Beziehung $\sigma_i\sigma_j = \delta_{ij}\mathbb{1}_2 + \mathrm{i}\epsilon_{ijk}\sigma_k$ und der Vertauschungsrelation der bosonischen Feldoperatoren $\hat{W}^i_\rho$ und $\hat{W}^j_\rho$ kommt zuerst für den ersten Term

$$\frac{g^2\upsilon^2}{8}\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}\sigma_i\sigma_j\hat{W}^i_\rho\hat{W}^{j\rho}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \frac{g^2\upsilon^2}{8}\vec{\hat{W}}_\rho\cdot\vec{\hat{W}}^\rho.$$

Im zweiten Term tragen die Pauli-Matrizen σ_1 und σ_2, deren (2,2)-Element Null ist, nicht bei, so dass es nur

$$\frac{gg'\upsilon^2}{8}\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}\sigma_i\big(\hat{W}^i_\rho\hat{B}^\rho + \hat{B}_\rho\hat{W}^{i\rho}\big)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = -\frac{gg'\upsilon^2}{8}\Big(\hat{W}^3_\rho\hat{B}^\rho + \hat{B}_\rho\hat{W}^{3\rho}\Big)$$

übrig bleibt. Schließlich ist der dritte Beitrag zu $\hat{\mathcal{L}}^{W,Z}_M$ einfach gleich $g'^2\upsilon^2\hat{B}_\rho\hat{B}^\rho/8$. Insgesamt findet man also

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{L}}^{W,Z}_M &= \frac{1}{2}\left(\frac{g\upsilon}{2}\right)^2\big(\hat{W}^1_\rho\hat{W}^{1\rho} + \hat{W}^2_\rho\hat{W}^{2\rho}\big)\\ &\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon}{2}\right)^2\Big[g^2\hat{W}^3_\rho\hat{W}^{3\rho} - gg'\big(\hat{W}^3_\rho\hat{B}^\rho + \hat{B}_\rho\hat{W}^{3\rho}\big) + g'^2\hat{B}_\rho\hat{B}^\rho\Big].\end{aligned} \tag{XII.22}$$

Führt man jetzt die komplexwertigen Vektorfeldoperatoren

$$\hat{W}^+_\rho \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\big(\hat{W}^1_\rho - \mathrm{i}\hat{W}^2_\rho\big) \quad\text{und}\quad \hat{W}^-_\rho \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\big(\hat{W}^1_\rho + \mathrm{i}\hat{W}^2_\rho\big) = \hat{W}^{+*}_\rho \tag{XII.23}$$

ein, so lautet die erste Zeile in Gl. (XII.22) noch $\frac{1}{2}\left(\frac{g\upsilon}{2}\right)^2\Big[\hat{W}^+_\rho\big(\hat{W}^{+\rho}\big)^* + \hat{W}^-_\rho\big(\hat{W}^{-\rho}\big)^*\Big]$.
Wiederum lässt sich der Term in den eckigen Klammern in der zweiten Zeile umschreiben als

$$\begin{aligned}&\big(g\hat{W}^3_\rho - g'\hat{B}_\rho\big)\big(g\hat{W}^{3\rho} - g'\hat{B}^\rho\big) =\\ &\qquad (g^2+g'^2)\left(\frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}\hat{W}^3_\rho - \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\hat{B}_\rho\right)\left(\frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}\hat{W}^{3\rho} - \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\hat{B}^\rho\right).\end{aligned}$$

Definiert man den *Weinberg-Winkel* — auch *elektroschwacher Mischungswinkel* gennant — θ_W durch

$$\tan\theta_W \equiv \frac{g'}{g}, \tag{XII.24}$$

entsprechend $\sin\theta_W = \dfrac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}$ und $\cos\theta_W = \dfrac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}$, sowie neue reelle Vektorfeldoperatoren $\hat{Z}_\rho$, $\hat{A}_\rho$ durch

$$\begin{pmatrix}\hat{Z}_\rho\\ \hat{A}_\rho\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta_W & -\sin\theta_W\\ \sin\theta_W & \cos\theta_W\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{W}^3_\rho\\ \hat{B}_\rho\end{pmatrix}, \tag{XII.25}$$

so ergibt sich $\big(g\hat{W}^3_\rho - g'\hat{B}_\rho\big)\big(g\hat{W}^{3\rho} - g'\hat{B}^\rho\big) = \big(g^2+g'^2\big)\hat{Z}_\rho\hat{Z}^\rho$.

Wenn man schließlich

$$m_W \equiv \frac{g\upsilon}{2}, \qquad m_Z \equiv \frac{\sqrt{g^2+g'^2}\,\upsilon}{2} \tag{XII.26}$$

sowie $m_\gamma \equiv 0(!)$ schreibt, dann wird Gl. (XII.22) zu

$$\hat{\mathcal{L}}^{W,Z}_M = \frac{1}{2}m_W^2\hat{W}^+_\rho\big(\hat{W}^{+\rho}\big)^* + \frac{1}{2}m_W^2\hat{W}^-_\rho\big(\hat{W}^{-\rho}\big)^* + \frac{1}{2}m_Z^2\hat{Z}_\rho\hat{Z}^\rho + \frac{1}{2}m_\gamma^2\hat{A}_\rho\hat{A}^\rho, \tag{XII.27}$$

wobei der letzte Term natürlich gleich Null ist. Das ist gerade die Summe der Massentermen für vier Vektorfeldern, und zwar zwei Spin-1-Teilchen mit der Masse m_W — die $W^\pm$-Bosonen —, ein Spin-1-Teilchen mit der Masse m_Z — das Z^0-Boson —, und ein masseloses Spin-1-Teilchen — das Photon. Dazu geben die Relationen (XII.24) und (XII.26) sofort $m_W = m_Z\cos\theta_W$, d.h. $m_Z > m_W$.

Somit kriegen die schwachen Vektorbosonen $W^{\pm}$ und Z^0 eine Masse, obwohl Eichinvarianz die Anwesenheit von Massentermen für Vektorfelder in der Lagrange-Dichte verbietet.

Die eichkovariante Ableitung D_ρ, Gl. (XII.6), kann in der neuen Basis bestehend aus den Feldoperatoren $\{\hat{W}^+_\rho, \hat{W}^-_\rho, \hat{Z}_\rho, \hat{A}_\rho\}$ geschrieben werden. Im Allgemeinen gilt zunächst

$$\begin{aligned}\hat{D}_\rho &\equiv \partial_\rho + \mathrm{i}g\vec{T}\cdot\hat{\vec{W}}_\rho + \mathrm{i}Y_W g'\hat{B}_\rho \\ &= \partial_\rho + \mathrm{i}\frac{g}{2}\begin{pmatrix} 0 & \hat{W}^1_\rho - \mathrm{i}\hat{W}^2_\rho \\ \hat{W}^1_\rho + \mathrm{i}\hat{W}^2_\rho & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad + \mathrm{i}\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\begin{pmatrix} \cos\theta_W\hat{W}^3_\rho + 2Y_W\sin\theta_W\hat{B}_\rho & 0 \\ 0 & -\cos\theta_W\hat{W}^3_\rho + 2Y_W\sin\theta_W\hat{B}_\rho \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Im zweiten Term auf der rechten Seite von $\hat{D}_\rho$ erkennt man $\hat{W}^\pm_\rho = \hat{W}^1_\rho \mp \mathrm{i}\hat{W}^2_\rho$. Ersetzt man im dritten Term $\hat{W}^3_\rho$ und $\hat{B}_\rho$ durch die geeigneten Linearkombinationen von $\hat{Z}_\rho$ und $\hat{A}_\rho$ — entsprechend einer Drehung um einen Winkel $-\theta_W$, vgl. Gl. (XII.25) —, so erhält man für $\hat{D}_\rho$ nach einiger einfachen Algebra

$$\partial_\rho + \mathrm{i}\frac{g}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & \hat{W}^+_\rho \\ \hat{W}^-_\rho & 0 \end{pmatrix} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\begin{pmatrix} \begin{matrix}(\cos^2\theta_W - 2Y_W\sin^2\theta_W)\hat{Z}_\rho \\ +2\cos\theta_W\sin\theta_W(Y_W+\frac{1}{2})\hat{A}_\rho\end{matrix} & 0 \\ 0 & \begin{matrix}(-\cos^2\theta_W - 2Y_W\sin^2\theta_W)\hat{Z}_\rho \\ +2\cos\theta_W\sin\theta_W(Y_W-\frac{1}{2})\hat{A}_\rho\end{matrix} \end{pmatrix}.$$

Dabei stellt der Term proportional zur Kopplungskonstanten g die Kopplung der $W^\pm$-Bosonen zu den geladenen schwachen Strömen dar — da die Matrix mit den Vektorfeldern antidiagonal ist, koppelt sie die obere Komponente eines $\mathrm{SU(2)_L}$-Dubletts mit der unteren Komponente eines anderen Dubletts, d.h. mit einem Teilchen mit einer unterschiedlichen elektrischen Ladung. Somit ist g gleich der Kopplungskonstanten g_w des § XI.3.2 — bis auf eine multiplikative Konstante, die als 1 angenommen wird.

Dagegen liefert der Term proportional zu $\sqrt{g^2+g'^2}$, mit der diagonalen Matrix, die Wechselwirkungen zwischen neutralen Strömen und den elektrisch neutralen Z^0-Bosonen oder Photonen. Insbesondere ist die Kopplung zum Photon-Feldoperator $\hat{A}_\mu$ proportional zu $\sqrt{g^2+g'^2}\cos\theta_W\sin\theta_W$. Somit wird dieses Produkt mit der Kopplungskonstanten e der Elektrodynamik identifiziert

$$e \equiv \sqrt{g^2+g'^2}\cos\theta_W\sin\theta_W = g\sin\theta_W. \tag{XII.28}$$

Dementsprechend lässt sich die elektrische Ladung Q für die obere bzw. untere Komponente eines Dubletts mit $Y_W+\frac{1}{2}$ bzw. $Y_W-\frac{1}{2}$ gleichsetzen. Da $\frac{1}{2}$ bzw. $-\frac{1}{2}$ gerade der schwache Isospin I_3^W des jeweiligen Teilchens ist, gilt allgemein die Beziehung[(82)]

$$Q = I_3^W + Y_W \tag{XII.29}$$

zwischen elektrischer Ladung, schwachem Isospin und elektroschwacher Hyperladung.

Beispielsweise ist die elektroschwache Hyperladung des Higgs-Feldes (XII.8a) $Y_W = \frac{1}{2}$. Dies gibt $Q=0$ für dessen untere Komponente $\hat{\Phi}^0$, d.h. das physikalische Higgs-Boson ist elektrisch neutral. Für die obere Komponente $\hat{\Phi}^+$ kommt $Q=+1$ — wie sich aus der Notation vermuten ließ.

Bemerkung: Kombiniert man die erste Definition in (XII.26) mit der Beziehung $g_w^2 = 2\sqrt{2}\,G_F m_W^2$ (§ XI.3.2) und mit $g_w = g$, so kommt

$$v^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\,G_F}, \tag{XII.30}$$

woraus sich der Wert (XII.20) aus jenem der Fermi-Konstanten ableiten lässt.

(82) Verwendet man die Konvention, laut der die elektroschwache Hyperladung $Y'_W = 2Y_W$ ist, so gilt natürlich $Q = I_3^W + Y'_W/2$, in Ähnlichkeit zur (verallgemeinerten) Gell-Mann–Nishijima-Formel (X.23b).