

XI.3 Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung

Trotz seiner Erfolge leidet das Modell bestehend aus der Summe der Lagrange-Dichten (XI.15) und (XI.16) — d.h. umfassend einerseits das $V-A$ -Modell für geladene Ströme und andererseits die neutralen Ströme — unter einigen gravierenden theoretischen Problemen. In diesem Abschnitt wird eines dieser Probleme dargestellt, sowie eine mögliche zugehörige Lösung.

XI.3.1 Unitaritätsgrenze

In allen bisher eingeführten phänomenologischen Modellen der schwachen Wechselwirkung wird die Fermi-Konstante G_F hineingezogen. Im Gegensatz zu den Kopplungskonstanten der QED und der QCD ist diese Konstante nicht dimensionslos. Dementsprechend ist das Verhalten von Wirkungsquerschnitten bei hoher Energie unterschiedlich, wie sich mithilfe dimensionaler Analyse argumentieren lässt.

Beispielsweise kann man zunächst die elastische Streuung eines Elektrons und eines Myons in der QED, oder äquivalent die elastische Streuung von zwei Quarks in der QCD betrachten. Der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} für den Prozess hat die Dimension einer Fläche, d.h. in natürlichen Einheiten $[\sigma_{\text{tot}}] = [\text{E}^{-2}]$.

Ist die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} eines solchen Prozesses viel größer als die Massen der beteiligten Teilchen, so spielen die Letzteren keine Rolle: dann ist \sqrt{s} die einzige relevante Energieskala für den Prozess. In diesem Limes lässt sich σ_{tot} durch \sqrt{s} , die geeignete Kopplungskonstante e bzw. g_s — zur vierten Potenz, da die Amplitude zur niedrigsten Ordnung schon zwei Vertices enthält — und ein paar hier unwesentliche numerische Faktoren ausdrücken. Um die passende Dimension zu erhalten, ist eine einzige Kombination möglich, und zwar z.B.

$$\sigma_{\text{tot}}(e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-) \underset{\sqrt{s} \gg m_\mu}{\propto} \frac{e^4}{(\sqrt{s})^2} \propto \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{s}, \quad (\text{XI.17})$$

entsprechend dem Verhalten der Rutherford-Formel (IX.14) oder des Wirkungsquerschnitts (IX.16).

Betrachtet man jetzt den totalen Wirkungsquerschnitt für einen schwachen Prozess wie die elastische Streuung $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$, so sollen für $\sqrt{s} \gg m_\mu$ die Massen der Teilchen nicht im Ausdruck für σ_{tot} auftauchen. Zur niedrigsten Ordnung in Störungsrechnung ist die Amplitude für den Prozess proportional zu G_F , so dass der Wirkungsquerschnitt proportional zu G_F^2 ist. Damit σ_{tot} die passende Dimension hat, soll G_F^2 — Dimension $[\text{E}^{-4}]$ — noch mit dem Quadrat einer Energie multipliziert werden, d.h.

$$\sigma_{\text{tot}}(\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-) \underset{\sqrt{s} \gg m_\mu}{\propto} G_F^2 (\sqrt{s})^2. \quad (\text{XI.18})$$

Ein solches Verhalten kann aber nicht realisiert werden — der Wirkungsquerschnitt darf nicht unendlich groß im Limes hoher Energien werden. Der Wirkungsquerschnitt ist nämlich mit der Streuamplitude verknüpft, und die Letztere ist proportional zu einem Streumatrixelement S_{fi} , das beschränkt bleiben soll, weil die Streumatrix unitär ist. Somit würde das Wachstum (XI.18) die Unitarität der Theorie verletzen — d.h. würde zu Wahrscheinlichkeiten größer als 1 führen —, was offensichtlich nicht richtig ist.

XI.3.2 Schwache Bosonen

Eine sehr elegante Lösung zum Problem des Wachstums der Wirkungsquerschnitte in Modellen mit 4-Fermionen-Vertices beruht auf der Einführung von neuen, massiven Vektorteilchen, und zwar die sog. W^+ , W^- , und Z^0 -Bosonen. Mit deren Hilfe kann ein 4-Fermionen-Vertex durch zwei Vertices mit je zwei Fermionen und einem (Vektor-)Boson ersetzt werden. Somit entspricht der Streuprozess $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$ den zwei sukzessiven Schritten

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-,$$

wie in Abb. [XI.5](#) dargestellt wird. Die geladenen Ströme $\hat{\psi}_{\nu_e, L} \gamma^\rho \hat{\psi}_{e, L}$ und $\hat{\psi}_{\mu, L} \gamma^\sigma \hat{\psi}_{\nu_\mu, L}$ wechselwirken also nicht direkt miteinander, sondern über den Austausch eines W^- -Bosons, wobei das Lorentz-Quadrat des Viererimpulses q des W^- gleich $(\sqrt{s})^2$ ist.

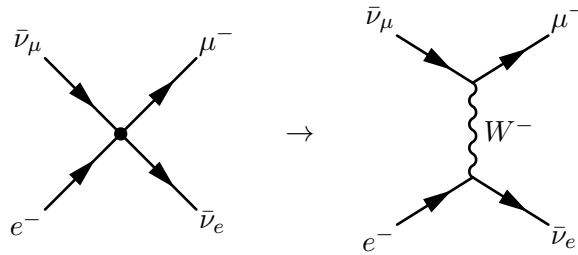


Abbildung XI.5 – Einführung des W^- -Bosons.

Sei m_W die Masse des W^\pm -Bosons und g_w die mit dem neuen Vertex assoziierte Kopplungskonstante. Dazu wird angenommen, dass die zwei Vertices des rechten Diagramms in Abb. [XI.5](#) einen Faktor $\frac{1}{2}$ liefern. [\(72\)](#) Unter Nutzung des Propagators [\(VIII.2c\)](#) für das massive Vektorboson, wobei hier $q^2 = s$ gilt, lautet die Amplitude für das Diagramm

$$\frac{i}{2} \bar{v}_L(\bar{\nu}_e) (ig_w \gamma^\rho) u_L(e^-) \frac{-i\eta_{\rho\sigma}}{s - m_W^2} \bar{u}_L(\mu^-) (ig_w \gamma^\sigma) v_L(\bar{\nu}_\mu) = \frac{-g_w^2}{2(s - m_W^2)} \bar{v}_L(\bar{\nu}_e) \gamma^\rho u_L(e^-) \bar{u}_L(\mu^-) \gamma_\rho v_L(\bar{\nu}_\mu).$$

Für Schwerpunktsenergien $\sqrt{s} \ll m_W$ reduziert sich die rechte Seite auf

$$\frac{g_w^2}{2m_W^2} \bar{v}_L(\bar{\nu}_e) \gamma^\rho u_L(e^-) \bar{u}_L(\mu^-) \gamma_\rho v_L(\bar{\nu}_\mu),$$

entsprechend der aus Gl. [\(XI.16\)](#) folgenden Amplitude für das linke Diagramm in Abb. [XI.5](#), vorausgesetzt das Verhältnis $g_w^2/2m_W^2$ mit $2\sqrt{2}G_F$ identifiziert wird.

Diese Beobachtung deutet darauf hin, dass das $V-A$ -Modell tatsächlich den niederenergetischen Limes eines Modells mit den W^- - und W^+ -Bosonen darstellt, das nur für Energien kleiner als die Masse m_W gilt. Wiederum ist die durch Gl. [\(XI.15\)](#) beschriebene schwache Wechselwirkung zwischen neutralen Strömen in der Tat der niederenergetische Limes eines Modells, in dem die Wechselwirkung durch das elektrisch neutrale Z^0 -Boson vermittelt wird.

Dank der Beziehung $g_w^2 = 2\sqrt{2}G_F m_W^2$ ist die Kopplungskonstante g_w jetzt dimensionslos. Bei hohen Energien $\sqrt{s} \gg m_W$ wird der Wirkungsquerschnitt für den Prozess $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$ somit proportional zu g_w^4/s^2 , ähnlich wie in Gl. [\(XI.17\)](#), und daher fallend mit \sqrt{s} , statt wachsend wie im Fall eines 4-Fermionen-Vertex. Daher ist die Unitarität im neuen Modell mit Vektorbosonen auf erster Sicht nicht mehr verletzt

Literatur zum Kapitel XI

- Cottingham & Greenwood, *An introduction to the Standard Model of particle physics* [\[44\]](#), Kap. 9.
- Griffiths, *Elementary Particle Physics* [\[8\]](#), Kap. 9.
- Halzen & Martin, *Quarks and Leptons* [\[22\]](#), Kap. 12.
- Nachtmann, *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik* [\[6\]](#), Kap. 21.

⁽⁷²⁾Dieser Faktor wird im nächsten Kapitel genauer eingeführt.