

Übung Nr. 9

Diskussionsthemen:

- Quantenelektrodynamik: wie sieht der Wechselwirkungsterm aus? Welcher elementare Vertex wird mit diesem Term assoziiert?
- Welche Rezepte muss man beim Berechnen des Wirkungsquerschnitts für einen Prozess benutzen, wenn die „Spins“ (= Helizitäten, Polarisationen) der ein- und auslaufenden Teilchen nicht gemessen werden?

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

Aufgabe 32. Møller-Streuung

Können Sie in der QED die Amplitude \mathcal{M} in führender Ordnung für die Møller-Streuung

$$e^-(\vec{p}_1, \sigma_1) + e^-(\vec{p}_2, \sigma_2) \rightarrow e^-(\vec{p}_3, \sigma_3) + e^-(\vec{p}_4, \sigma_4)$$

durch die Dirac-Spinoren $u(\vec{p}_1, \sigma_1)$, $u(\vec{p}_2, \sigma_2)$, $\bar{u}(\vec{p}_3, \sigma_3)$ und $\bar{u}(\vec{p}_4, \sigma_4)$ ausdrücken?

Aufgabe 33. Myon-Paarzeugung

- i. Welche Feynman-Diagramme tragen zu $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ in führender Ordnung bei?
- ii. Aus welcher in der Vorlesung vorgeführten Rechnung können Sie daher (ohne weitere Rechnung) auf den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} für den obigen Prozess schließen? Geben Sie σ_{tot} an.

Aufgabe 34. Elastische Mott-Streuung

In der Vorlesung wurde für den elastischen Streuprozess $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$ das Spin-gemittelte Amplitudenquadrat

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)^4} \left[(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)(\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_4) + (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_4)(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_3) - m_\mu^2 \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3 - m_e^2 \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_4 + 2m_e^2 m_\mu^2 \right]$$

hergeleitet. Nehmen wir jetzt an, dass $m_\mu \gg m_e$ gilt. Ausgehend von diesem Amplitudenquadrat und dem Lorentz-invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ aus Aufgabe 28., bestimmen Sie $d^2\sigma/d^2\Omega$ im Ruhesystem des „Myons“.

Hinweis: Aufgrund der Masse des „Myons“ ist dessen Ruhesystem identisch mit dem Schwerpunktsystem. Sie sollten finden, dass $d^2\sigma/d^2\Omega$ im Limes $m_\mu \rightarrow \infty$ unabhängig von m_μ ist.

Aufgabe 35. Diracologie: Spuren von Gamma-Matrizen

Zeigen Sie, ausgehend von $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$, dass:

- i. $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4\eta^{\mu\nu}$;
- ii. $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho) = 0$;
- iii. $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(\eta^{\mu\nu} \eta^{\rho\sigma} - \eta^{\mu\rho} \eta^{\nu\sigma} + \eta^{\mu\sigma} \eta^{\nu\rho})$;
- iv. die Spur des Produkts einer ungeraden Anzahl von Dirac-Matrizen Null ist.