Übung Nr. 8

Diskussionsthema: Erläutern Sie die Feynman-Regeln zur Berechnung einer Amplitude.

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

Aufgabe 28. **Zwei-nach-zwei Streuung** $a + b \to 1 + 2$

Können Sie, ausgehend vom Ausdruck des in der Vorlesung angegebenen differentiellen Wirkungsquerschnitts

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}^2\Omega}(\theta,\varphi) = \frac{1}{(8\pi)^2}\frac{|\vec{p}_1|}{|\vec{p}_a|}\frac{\left|\mathcal{M}(|\vec{p}_a|,|\vec{p}_1|,\cos\theta)\right|^2}{(E_a+E_b)^2}$$

einen Ausdruck für $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$ herleiten, der nur von den Lorentz-invarianten Größen m_a^2, m_b^2, m_1^2, m_2^2, s und t abhängt? Dabei bezeichnen s und t Mandelstam-Variablen (vgl. Aufgaben **6** & **26.**) und θ den Winkel zwischen $\vec{p}_a$ und $\vec{p}_1$.

Hinweis: Starten Sie z.B. mit $\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\cos\theta}\dfrac{\mathrm{d}\cos\theta}{\mathrm{d}t} = \cdots$.

Aufgabe 29. **Feynman-Diagramme**

Betrachten Sie eine Theorie mit dem Wechselwirkungsterm $\hat{\mathcal{L}}_\mathrm{I} \equiv g\,\hat{\phi}_1\,\hat{\phi}_2\,\hat{\phi}_3$ in der Lagrange-Dichte. Es gelte $m_1 > m_2 + m_3$, so dass der Zerfall $1 \to 2 + 3$ kinematisch erlaubt ist. Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme der Ordnungen $\mathcal{O}(g)$, $\mathcal{O}(g^2)$ sowie $\mathcal{O}(g^3)$ für diesen Prozess.

Aufgabe 30. **Bhabha-Streuung**

Können Sie in der QED die Amplitude $\mathcal{M}$ zur führenden Ordnung in der Kopplungskonstanten für die Bhabha[1]-Streuung

$$e^-(\vec{p}_1,\sigma_1) + e^+(\vec{p}_2,\sigma_2) \to e^-(\vec{p}_3,\sigma_3) + e^+(\vec{p}_4,\sigma_4)$$

durch die Dirac-Spinoren $u(\vec{p}_1,\sigma_1)$, $\bar{v}(\vec{p}_2,\sigma_2)$, $\bar{u}(\vec{p}_3,\sigma_3)$ und $v(\vec{p}_4,\sigma_4)$ ausdrücken?

Hinweis: Zeichnen Sie zuerst das (die?) relevante(n) Feynman-Diagramm(e).

Aufgabe 31. **Diracologie: Kontraktionen von Gamma-Matrizen**

Zeigen Sie, ausgehend von $\{\gamma^\mu,\gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}\mathbb{1}_4$, dass:

i. $\gamma_\mu\gamma^\mu = 4\mathbb{1}_4$, **ii.** $\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\mu = -2\gamma^\nu$, **iii.** $\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\mu = 4\eta^{\nu\rho}\mathbb{1}_4$.

[1] H. J. Bhabha, 1909–1966