

## Übung Nr. 10

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

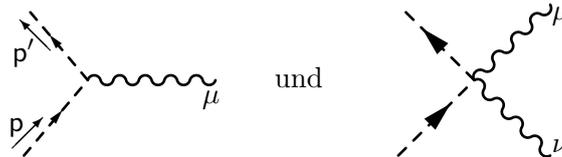
### Aufgabe 36. Elastische Photon–Photon-Streuung (1)

- i. In der QED mit Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, welche Feynman-Diagramme tragen zu  $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$  in führender Ordnung bei?
- ii. Nennen Sie ein paar Prozesse niedriger Ordnung, die mit diesem Prozess konkurrieren, indem sie aus dem gleichen Anfangszustand in einen unterschiedlichen Endzustand führen. Welche Energien müssen die einlaufenden Photonen haben, damit elastische Streuung der führende Prozess wird?

### Aufgabe 37. Skalare Quantenelektrodynamik

In der Vorlesung wurde nur die Wechselwirkung von elektrisch geladenen Teilchen mit Spin  $\frac{1}{2}$  betrachtet. In dieser Aufgabe wollen wir den Fall von Spin-0 („skalaren“) geladenen Teilchen auch kennenlernen.

Sei  $\hat{\phi}$  das Skalarfeld, das ein solches Teilchen beschreibt, und  $\hat{\phi}^\dagger$  das dazu hermitesch konjugierte Feld. Die Wechselwirkung zwischen diesen Feldern und dem Vektorfeld  $\hat{A}^\mu$  für Photonen wird durch eine Lagrange-Dichte mit zwei Termen beschrieben, denen die zwei elementaren Vertizes



assoziiert werden. Die zugehörigen Beiträge zu Amplituden sind jeweils  $-ie(p_\mu + p'_\mu)$  und  $2ie^2\eta_{\mu\nu}$ .<sup>1</sup> Die Fragen i.–iv. sind unabhängig voneinander.

#### i. Elastische Photon–Photon-Streuung (2)

Welche Feynman-Diagramme tragen zu  $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$  zur führenden Ordnung in der skalaren QED bei? Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus Aufgabe 36.i.

#### ii. Compton-Streuung

Betrachten Sie jetzt den elastischen Streuprozess  $\pi^+(\mathbf{p}_1) + \gamma(\mathbf{p}_2) \rightarrow \pi^+(\mathbf{p}_3) + \gamma(\mathbf{p}_4)$ , wobei  $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_4$  die Viererimpulse des Pions (Spin 0!) und des Photons sind.

- a) Welche Feynman-Diagramme tragen zum Streuprozess zur führenden Ordnung bei?
- b) Drücken Sie die zugehörigen Teilamplituden durch die Viererimpulse  $\{\mathbf{p}_j\}$  und die Polarisationsvierervektoren  $\epsilon^\mu(2)$ ,  $\epsilon^\mu(4)$  des Photons<sup>2</sup> vor und nach der Streuung aus. Wie lautet die Gesamtamplitude des Prozesses zur führenden Ordnung?

*Hinweis:* Einige der Teilamplituden können unter Nutzung der Viererimpulserhaltung und einer Eigenschaft von Polarisationsvierervektoren (stark) vereinfacht werden.

#### iii. Elastische Streuprozesse mit Pionen

- a) Welche Feynman-Diagramme tragen in der skalaren QED zur führenden Ordnung zum Prozess  $\pi^-(\mathbf{p}_1) + K^-(\mathbf{p}_2) \rightarrow \pi^-(\mathbf{p}_3) + K^-(\mathbf{p}_4)$  bei? Geben Sie die zugehörige(n) Amplitude(n) an. Welche Masse hat das geladene Kaon? (und prüfen Sie nach, dass es eigentlich den Spin 0 hat!)

<sup>1</sup>Für die neugierige Leserin: der multiplikative Faktor  $p_\mu$  spiegelt einen Term  $i\partial_\mu\hat{\phi}$  in der Lagrange-Dichte wider.

<sup>2</sup>Dabei sollen der Einfachheit halber die Polarisationszustände  $\lambda_2, \lambda_4$  nicht genauer berücksichtigt werden.

b) Welche Feynman-Diagramme tragen in der skalaren QED zur führenden Ordnung zum Prozess  $\pi^-(\mathbf{p}_1) + \pi^-(\mathbf{p}_2) \rightarrow \pi^-(\mathbf{p}_3) + \pi^-(\mathbf{p}_4)$  bei? Geben Sie die zugehörige(n) Amplitude(n) an.

c) Welche Feynman-Diagramme tragen zum Prozess  $\pi^-(\mathbf{p}_1) + e^-(\mathbf{p}_2) \rightarrow \pi^-(\mathbf{p}_3) + e^-(\mathbf{p}_4)$  zur führenden Ordnung bei? Geben Sie die zugehörige(n) Amplitude(n) an.

**iv. ... und jetzt ein inelastischer Streuprozess:**  $\pi^- + \pi^+ \rightarrow K^- + K^+$

...mit der üblichen Frage: Welche Feynman-Diagramme tragen zum Prozess zur führenden Ordnung in der QED bei? Geben Sie die zugehörige(n) Amplitude(n) an.

*Hinweis:* Das  $\pi^-$  ist das Antiteilchen zum  $\pi^+$  und das  $K^-$  das Antiteilchen zum  $K^+$ .

#### v. Mandelstam-Variablen

In den Fragen **iii.a)**, **iii.b)** und **iv.** haben Sie Amplituden für verschiedene Streuprozesse gefunden. Können Sie diese Amplituden durch die Mandelstam-Variablen

$$s \equiv (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2, \quad t \equiv (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)^2 \quad \text{und} \quad u \equiv (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^2$$

ausdrücken?

*Hinweis:* Dank der Viererimpulserhaltung können  $s$  bzw.  $u$  auch durch  $\mathbf{p}_3$  und  $\mathbf{p}_4$  bzw.  $\mathbf{p}_2$  und  $\mathbf{p}_3$  ausgedrückt werden. Nutzen Sie diese Möglichkeit, um zwei unterschiedliche Formen (eine mit  $\mathbf{p}_1$ , die andere mit  $\mathbf{p}_3$ ) für  $s - u$  zu finden: dann liefert deren Summe (geteilt durch 2) einen dritten Ausdruck für  $s - u$ , den Sie für die Amplitude aus **iii.a)** verwenden können.