

Übung Nr. 1

Diskussionsthema: Was nennt man „(relativistische) Kovarianz einer Theorie“?

Aufgabe 1. Natürliche Einheiten

- i. Drücken Sie die Gravitationskonstante $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ in Einheiten von GeV aus. Wie groß ist die Planck-Masse $m_{\text{Pl}} = G_N^{-1/2}$?
- ii. Welcher Länge, Zeit, Energie und Masse (in SI-Einheiten) entspricht 1 GeV (in natürlichen Einheiten)?
- iii. Wirkungsquerschnitte werden oft in Millibarn angegeben, wobei $1 \text{ mb} = 10^{-3} \text{ b} = 10^{-27} \text{ cm}^2$ sind. Wie viele Millibarn entsprechen einem Querschnitt von 1 GeV^{-2} ?
- iv. Ein Neutrino ändert seinen „Flavor“ auf dem Weg von seinem Erzeugungspunkt bis zu einem Messapparat, was als *Neutrinooszillation* bezeichnet wird.¹ Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein ν_e in ein ν_μ umwandelt, ist

$$\mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \propto \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}$$

mit der zurückgelegten Strecke L des Neutrinos, seiner Energie E , und der Differenz Δm^2 der Massenquadrate der entsprechenden Masseneigenzustände. Zeigen Sie, dass die Wellenlänge der Schwingung gegeben ist durch

$$\lambda [\text{km}] = 2,48 \frac{E [\text{GeV}]}{\Delta m^2 [\text{eV}^2]}.$$

Aufgabe 2. Relative Geschwindigkeit

Seien zwei Teilchen mit den Viererimpulsen p_a^μ und p_b^μ . Finden Sie einen kovarianten Ausdruck für deren relative Geschwindigkeit, entsprechend der Geschwindigkeit des einen Teilchens im Ruhesystem des anderen.

Hinweis: Sie können das Skalarprodukt $\mathbf{p}_a \cdot \mathbf{p}_b \equiv p_a^\mu p_{b,\mu}$ im Ruhesystem eines der Teilchen bilden.

¹Das Thema wird mitte Januar in der Vorlesung behandelt werden.