Übung Nr. 8

Diskussionsthema: Welche Rezepte muss man beim Berechnen des Wirkungsquerschnitts für einen Prozess benutzen, wenn die „Spins“ (= Helizitäten, Polarisationen) der ein- und auslaufenden Teilchen nicht gemessen werden?

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

Aufgabe 29. Myon-Paarerzeugung

i. Welche Feynman-Diagramme tragen zu $e^- + e^+ \to \mu^- + \mu^+$ in führender Ordnung bei?

ii. Aus welcher in der Vorlesung vorgeführten Rechnung können Sie daher (ohne weitere Rechnung) auf den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} für den obigen Prozess schließen? Geben Sie σ_{tot} an.

Aufgabe 30. Elastische Photon–Photon-Streuung

i. Welche Feynman-Diagramme tragen zu $\gamma + \gamma \to \gamma + \gamma$ in führender Ordnung bei?

ii. Nennen Sie ein paar Prozesse niedriger Ordnung, die mit diesem Prozess konkurrieren. Welche Energien müssen die einlaufenden Photonen haben, damit elastische Streuung der führende Prozess wird?

Aufgabe 31. Elastische Mott-Streuung

In der Vorlesung wurde für den elastischen Streuprozess $e^- + \mu^- \to e^- + \mu^-$ der Spin-gemittelte Amplitudenquadrat

$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle = \frac{8e^4}{(\mathsf{p}_1 - \mathsf{p}_3)^4}\Big[(\mathsf{p}_1\cdot\mathsf{p}_2)(\mathsf{p}_3\cdot\mathsf{p}_4) + (\mathsf{p}_1\cdot\mathsf{p}_4)(\mathsf{p}_2\cdot\mathsf{p}_3) - m_\mu^2\,\mathsf{p}_1\cdot\mathsf{p}_3 - m_e^2\,\mathsf{p}_2\cdot\mathsf{p}_4 + 2m_e^2 m_\mu^2\Big]$$

hergeleitet. Nehmen wir jetzt an, dass $m_\mu \gg m_e$ gilt. Ausgehend von diesem Amplitudenquadrat und dem Lorentz-invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$ aus Aufgabe **23.**, bestimmen Sie $\mathrm{d}^2\sigma/\mathrm{d}^2\Omega$ im Ruhesystem des „Myons“.

Hinweis: Aufgrund der Masse des „Myons“ ist dessen Ruhesystem identisch mit dem Schwerpunktsystem. Sie sollten finden, dass $\mathrm{d}^2\sigma/\mathrm{d}^2\Omega$ im Limes $m_\mu \to \infty$ unabhängig von m_μ ist.

Aufgabe 32. Diracologie: Spuren von Gamma-Matrizen

Zeigen Sie, ausgehend von $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$, dass:

i. $\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4\eta^{\mu\nu}$;

ii. $\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho) = 0$;

iii. $\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = 4(\eta^{\mu\nu}\eta^{\rho\sigma} - \eta^{\mu\rho}\eta^{\nu\sigma} + \eta^{\mu\sigma}\eta^{\nu\rho})$;

iv. die Spur des Produkts einer ungeraden Anzahl von Dirac-Matrizen Null ist.